



**VALIDACIÓN DE LAS ECUACIONES DEL FACTOR DE FRICCIÓN EN  
TUBERÍAS A PRESIÓN**

**PRESENTADO POR:  
LUIS RICARDO BELTRÁN GARCÍA  
506857**

**UNIVERSIDAD CATÓLICA DE COLOMBIA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGENIERIA CIVIL  
TRABAJO DE GRADO  
BOGOTÁ, D.C.  
2021**



**VALIDACIÓN DE LAS ECUACIONES DEL FACTOR DE FRICCIÓN EN  
TUBERÍAS A PRESIÓN**

**PRESENTADO POR:  
LUIS RICARDO BELTRÁN GARCÍA  
506857**

**TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL**

**DIRECTOR:  
WILLIAM MATEO MUNAR MARTINEZ**

**UNIVERSIDAD CATÓLICA DE COLOMBIA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGENIERIA CIVIL  
TRABAJO DE GRADO  
BOGOTÁ, D.C.  
2021**



## Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0)

This is a human-readable summary of (and not a substitute for) the [license](#). [Advertencia.](#)

### Usted es libre de:

**Compartir** — copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato

La licenciente no puede revocar estas libertades en tanto usted siga los términos de la licencia

### Bajo los siguientes términos:



**Atribución** — Usted debe dar [crédito de manera adecuada](#), brindar un enlace a la licencia, e [indicar si se han realizado cambios](#). Puede hacerlo en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que usted o su uso tienen el apoyo de la licenciente.



**NoComercial** — Usted no puede hacer uso del material con [propósitos comerciales](#).



**SinDerivadas** — Si [remezcla, transforma o crea a partir](#) del material, no podrá distribuir el material modificado.

**No hay restricciones adicionales** — No puede aplicar términos legales ni [medidas tecnológicas que restrinjan legalmente a otras a hacer cualquier uso permitido por la licencia](#).

## NOTA DE ACEPTACIÓN

---

---

---

---

---

---

---

Firma del presidente del Jurado

---

Firma del Jurado



Bogotá D.C., 2021.

## TABLA DE CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN.....	10
2. ANTECEDENTES Y JUSTIFICACIÓN .....	11
2.1. ANTECEDENTES .....	11
2.2. JUSTIFICACIÓN .....	12
3. ESTADO DEL ARTE .....	14
4. PLANTEAMIENTO Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	16
5. MARCO DE REFERENCIA .....	17
5.1. MARCO TEORICO.....	17
5.2. MARCO CONCEPTUAL.....	25
6. OBJETIVOS.....	27
6.1. GENERAL .....	27
6.2. ESPECIFICOS .....	27
7. METODOLOGIA.....	28
7.1. Fase 1: Recopilación información de laboratorios.....	28
7.2. Fase 2: Análisis de la información.....	28
8. RESULTADOS Y DISCUSIÓN .....	31
8.1. DATOS RECOPIADOS .....	31
8.2. CÓDIGO DE PROGRAMACIÓN .....	34
8.3. RESULTADOS OBTENIDOS Y ANALISIS.....	35
9. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	45
9.1. Conclusiones.....	45
9.2. Recomendaciones.....	45
10. BIBLIOGRAFÍA .....	46
11. ANEXOS .....	50
11.1. ANEXO 1: FORMATO EXCEL PARA DATOS DE ENTRADA .....	50
11.2. ANEXO 2: CÓDIGO DE PROGRAMACIÓN “ECUACIONES.PY”.....	51
11.3. ANEXO 3: CÓDIGO DE PROGRAMACIÓN “DATAFRAME.PY”. .....	65
11.4. ANEXO 4: RESULTADOS ERROR PORCENTUAL PROMEDIO Y RMSE- TODOS LOS DATOS.....	70
11.5. ANEXO 5: RESULTADOS ERROR PORCENTUAL PROMEDIO Y RMSE- -DATOS CON SENSOR .....	71

11.6. ANEXO 6: RESULTADOS ERROR PORCENTUAL PROMEDIO Y RMSE -DATOS SIN SENSOR .....	72
11.7. ANEXO 7: DATAFRAME FINAL.....	73

## **TABLA DE TABLAS**

Tabla 1 Ecuaciones del factor de fricción .....	20
Tabla 2 Datos recopilados 1 .....	31
Tabla 3 Datos recopilados 2 .....	32
Tabla 4 Datos recopilados 3 .....	32
Tabla 5 Resultados factor de fricción.....	36

## **TABLA DE ILUSTRACIONES**

Ilustración 1 Boxplot Todos los datos .....	41
Ilustración 2 Boxplot Datos con sensor .....	42
Ilustración 3 Boxplot Datos sin sensor .....	42
Ilustración 4 Histograma error porcentual (panel izquierdo) y error cuadrático medio (panel derecho) de a) Todos los datos, b) Datos capturados con sensor y c) Datos capturados de forma análoga .....	44

## **TABLA DE ANEXOS**

Anexo 1: FORMATO EXCEL PARA DATOS DE ENTRADA .....	50
Anexo 2: CÓDIGO DE PROGRAMACIÓN “ECUACIONES.PY” .....	51
Anexo 3: CÓDIGO DE PROGRAMACIÓN “DATAFRAME.PY”. .....	65
Anexo 4: RESULTADOS ERROR PORCENTUAL PROMEDIO Y RMSE-TODOS LOS DATOS .....	70
Anexo 5: RESULTADOS ERROR PORCENTUAL PROMEDIO Y RMSE -DATOS CON SENSOR.....	71
Anexo 6: RESULTADOS ERROR PORCENTUAL PROMEDIO Y RMSE -DATOS SIN SENSOR.....	72
Anexo 7: DATAFRAME FINAL.....	73

## 1. INTRODUCCIÓN

El manejo de los fluidos, especialmente el agua, ha sido de gran importancia en la historia del desarrollo humano, ya que, al poder controlar el movimiento de estos, se han generado diferentes soluciones a problemas persistentes de la humanidad. Desde las primeras civilizaciones se usaba el movimiento del agua para poder mejorar su calidad de vida, por ejemplo, las civilizaciones de Egipto y Mesopotamia, las cuales fueron unas de las primeras culturas en usar el movimiento de agua para favorecerse, usando el movimiento de los ríos más cercanos se logró tener mejoras en la agricultura y en el comercio creando canales de riego para aumentar la producción de vegetales. Al mismo tiempo que se desarrollaba la humanidad, aumentaba la necesidad de controlar el movimiento del agua. En la antigua Roma se crearon los primeros acueductos para el transporte de agua de los pozos a las ciudades, lo cual marcó un gran avance para poder mejorar la distribución espacial del agua. A pesar de esto, aún existían varias preguntas sin resolver, por ejemplo; ¿Cómo se pueden mejorar los sistemas de distribución de agua?, ¿Qué otros factores afectaban el movimiento del agua?

Grandes pensadores antiguos empezaron a experimentar, para poder encontrar respuestas a estos interrogantes. Arquímedes, por ejemplo, estudió sobre las propiedades del agua y la flotación generando los primeros teoremas respecto a este campo, así, sucesivamente, científicos de varias épocas estudiaron el comportamiento del agua creando una rama de estudio llamada mecánica de fluidos, la cual es la ciencia encargada en estudiar el comportamiento de los fluidos en reposo o en movimiento, así como las fuerzas que influyen a estos. Los principales avances de esta ciencia fueron realizados por grandes científicos como lo son Da Vinci, Galileo Galilei, Bernoulli, Pascal, Euler, entre otros, dando grandes aportes teóricos y experimentales.

Se desarrollaron ecuaciones donde describe como fluyen los líquidos y como los afectan los medios donde se mueven, una de las principales ecuaciones es la llamada la ecuación de pérdidas por fricción o ecuación de Darcy-Weisbach (DW), la cual describe como un fluido pierde energía al fluir por medio de una tubería a presión, esta ecuación semi-empírica, consta de una variable llamada factor de fricción ( $f$ ), variables que dependen de la geometría de la tubería ( $L$  y  $D$ ) y algunas características del fluido ( $V$ ). Para la obtención del factor  $f$  se requiere de ensayos de laboratorio y crear una ecuación empírica que describa los resultados obtenidos; en la antigüedad, se trataba de no crear ecuaciones demasiado complejas, ni extensas ya que la posibilidad del cálculo era más reducida; con la ayuda de las computadoras, las ecuaciones son más rápidas de calcular abriendo la posibilidad de crear y usar fórmulas más complejas.

La desventaja de la alta variabilidad de las ecuaciones es que al tener tantas, se vuelve difícil saber cuál usar o cual es más precisa en cada caso; con este trabajo se busca comparar una cantidad de ecuaciones y recomendar cual se ajusta más en términos de precisión, con respecto a la ecuación de Darcy-Weisbach, al mismo tiempo poder validar las ecuaciones para materiales relativamente nuevos, en comparación con los de la época en la que se desarrollaron la mayoría de las ecuaciones.

## 2. ANTECEDENTES Y JUSTIFICACIÓN

### 2.1. ANTECEDENTES

La creación de las ecuaciones usadas para las pérdidas mayores en las tuberías con flujo a presión consta de una historia de hace más de un siglo comenzando con Gaspard de Prony en el siglo XIX, en uno de sus estudios dedujo una ecuación empírica que relacionaba las pérdidas de carga de un fluido como consecuencia de la fricción entre el fluido y las paredes del conducto la tubería, esta ecuación intenta describir la pérdida de presión vista en la ecuación de Bernoulli siendo la siguiente:

$$hl = \frac{L}{D} (\alpha V + \beta V^2) \quad [1]$$

Donde  $h_L$  es la pérdida de cabeza de presión,  $L$  es la longitud de la tubería,  $D$  es el diámetro de la tubería,  $V$  es la velocidad del fluido y  $\alpha, \beta$  son constantes empíricas calculadas por Prony.

En 1845 Julius Weisbach partiendo de la ecuación de Prony propuso la ecuación:

$$hf = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} \quad [2]$$

donde  $g$  es la gravedad y  $f$  es un factor descrito en la ecuación también de Weisbach

$$f = \alpha + \frac{\beta}{\sqrt{V}} \quad [3]$$

Donde Alpha y beta son coeficientes de fricción que dependen del diámetro y el material de la tubería. Él reporto estos valores basados en 11 experimentos propios donde cambiaba el diámetro y el material de la tubería y con la ecuación de Bernoulli registraba las pérdidas lineales de la tubería.

Durante la construcción del acueducto de Dijon, Darcy se interesó en la pérdida de presión y empezó a experimentar en el periodo comprendido entre 1850 y 1855 con tuberías a presión, dándose cuenta de que las pérdidas también dependían de la rugosidad de la tubería observando que esa era la limitación de la ecuación de Prony, por lo cual en el 1857 publicó sus resultados en el artículo *Experimental Research on the Movement of Water in Pipes* donde propone una ecuación que es basada en la ecuación de Prony.

$$hl = \frac{L}{D} \left[ \left( \alpha + \frac{\beta}{D^2} \right) V + \left( \alpha' + \frac{\beta'}{D^2} \right) V^2 \right] \quad [4]$$

Donde  $\alpha, \beta, \alpha', \beta'$  son coeficientes de fricción calculados experimentalmente de las tuberías. [1]

Darcy en sus experimentos se da cuenta de que si la tubería es nueva los valores de Alpha y beta tienden a cero y reescribiendo la ecuación de manera simplificada como:

$$hl = \frac{L}{D} \left( \alpha' + \frac{\beta'}{D^2} \right) V^2 \quad [5]$$

pareciéndose a la ecuación de Weisbach.

J.T. Fanning en 1887 combina las 2 ecuaciones de Darcy y Weisbach relacionando que las pérdidas por fricción estaban relacionadas con la rugosidad de la tubería como lo proponía Darcy y usó sus resultados de los experimentos para definir el factor “f” de Weisbach por los resultados experimentales de Darcy. [2]

En 1939 C.F. Colebrook y White presenta la ecuación del factor de fricción obtenida creando experimentos donde definían a una tubería como lisa, rugosa y en un estado intermedio. Para definir la rugosidad del tubo revestían las paredes del conducto con arena y a mayor ausencia de esta definían la categoría del tubo. Se vio que, para tuberías con ausencia de arena, la resistencia al flujo solo dependía de la viscosidad del fluido, para una tubería totalmente revestida la resistencia dependía solo de la rugosidad y para un estado intermedio la resistencia dependía simultáneamente a la viscosidad y a la rugosidad. Recreando estos experimentos con tuberías normales, se dieron de cuenta que las tuberías hacen parte de las tuberías intermedias donde la pérdida de energía estaba relacionada con la viscosidad y la rugosidad

En 1944 Lewis Moody usando las investigaciones de Colebrook recreo una gráfica para la obtención del factor de fricción autodenominándola “de forma conveniente” ya que en sus ejes relacionaba el valor del número de Reynolds y el factor de fricción. [3]

La creación de ecuaciones de factor de fricción no cesó y se fueron desarrollando muchas más, hasta la época moderna donde trabajos como los de [4] que en épocas modernas siguieron buscando la ecuación que describa este factor.

Como el transporte de sistemas a presión en tuberías es muy usado en varios campos, la incógnita de cual ecuación usar para hallar las perdidas mayores ha estado presente en el trabajo de [5] donde se analizan las ecuaciones respecto a la ecuación Colebrook-White, empleando las ecuaciones más fáciles de solucionar y con menos error porcentual. Los experimentos se hicieron teóricos variando el valor del número de Reynolds.

## 2.2. JUSTIFICACIÓN

En la mayoría de los sectores económicos se hace necesario del transporte de líquidos, donde el uso de tuberías es uno de sus principales, por tanto, se requiere conocer las pérdidas de energía del sistema con precisión, para elaborar sistemas eficientes y seguros, para ello el cálculo del factor de fricción es de suma importancia; aunque este puede ser un proceso complejo dada la cantidad de ecuaciones que se encuentran en la literatura. Las ecuaciones más usadas para encontrar el factor de fricción vienen de una época antigua donde



no era común usar tuberías de PVC o polietileno, por lo cual es necesario validar estas ecuaciones en nuestra época para determinar cuál de estas nos permite obtener los resultados más fieles a la realidad.

### 3. ESTADO DEL ARTE

El factor de fricción de Darcy es un tema ampliamente investigado por su importancia y por su desarrollo empírico, el avance de la ciencia en temas hidráulicos y de cálculos permite que este tema siempre este en evolución, en el desarrollo de nuevas ecuaciones y de nuevos métodos de calcular.

En el trabajo de [6] realizaron la comparación entre 2 de las ecuaciones empíricas más usadas para el cálculo del factor de fricción la cuales son las de Colebrook-White y Barr, para realizar esta comparación realizaron un modelo de laboratorio que consiste en medir la caída de cabeza de energía en un sistema continuo donde no hayan accesorios y así obtener un factor de fricción experimental con la ecuación de Darcy-Weisbach, tomaron un total de 50 datos en 2 tipos de tuberías estándares de la industria, generaron curvas de error porcentual donde permite ver cuál de las dos ecuaciones permite una mayor aproximación a lo conseguido con la práctica concluyendo que la ecuación de Colebrook-White generaba menor error pero no era mucha la diferencia entre ambas ecuaciones, también observando que el error porcentual variaba respecto al número de Reynolds que se calculaba, a mayor Reynolds menor es el error porcentual.

También se investiga si se puede crear una ecuación mejor que la ya aceptada de Colebrook-White, en la investigación de [4] llamada “ecuación explícita para el cálculo de factores de fricción en la zona de transición del régimen turbulento” se planteó crear una ecuación empírica donde fuera más fácil de ejecutar que la de (CW) pero que sus resultados sean lo más aproximados, en el desarrollo tomaron datos experimentales de Haaland y Moody reportados en sus investigaciones, con estos generaron una comparación con la ecuación implícita de (CW) y concluyeron que su modelo cumplía obteniendo errores aceptables en el régimen turbulento, lo que nos permite observar que existen ecuaciones igual de validas a las usadas siempre y que pueden facilitar los cálculos en el ámbito de la ingeniería.

En el artículo [7] hacen una recopilación de 27 ecuaciones del factor de fricción, en donde también varían en su rango de aplicabilidad y toman en cuenta la ecuación de Colebrook para resolverla por el método de Newton-Raphson ya que esta ecuación es la única implícita de las escogidas. Se compararon dichas ecuaciones con el factor de fricción experimental hallado con la ecuación (DW). Los valores obtenidos estuvieron en un rango de Reynolds de 37.079 a 38.703 lo que significa que las ecuaciones que tienen un rango solo para flujo laminar son descartadas, la tabla final solo nos compara un valor y concluye que la ecuación con menor error porcentual es la de (CW) ya que es la ecuación implícita, la ecuación de Buzzelli fue la segunda en tener el menor error y varía muy poco respecto a (CW) lo que la genera como la opción de usar ya que no tiene la necesidad de usar métodos numéricos.

La solución de ecuaciones también se ha enfocado por medio de la programación para agilizar dichos cálculos en el artículo de [8] proponen el desarrollo de una aplicación para smartphones con mínimo Android 4.0 donde calcula el factor de fricción en el régimen laminar con la ecuación de Poiseuille,

en el régimen turbulento con la ecuación de Colebrook-White usando el método de Newton-Raphson. Los datos de entrada son el número de Reynolds y la rugosidad de la tubería, dando como dato de salida el factor de fricción, concluyen de como una ecuación que antiguamente su solución tomaba más tiempo ahorita se puede resolver en segundos gracias a un algoritmo y la potencia computacional, la aplicación fue publicada en al playstore de Google para fines académicos.

#### **4. PLANTEAMIENTO Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.**

En los proyectos en los cuales se requiere transportar de un fluido a presión, la pérdida de energía representa un concepto clave, ya que de esta depende, en gran medida, si el agua fluirá o no, también es de gran importancia para establecer las especificaciones de la bomba a usar. Las pérdidas de energía se pueden dividir en 2: pérdidas por fricción y pérdidas por accesorios. Existen ecuaciones las cuales contemplan las pérdidas generadas por el contacto con el medio en el que se mueve el fluido, también llamadas pérdidas mayores o pérdidas por fricción, como lo son la ecuación de Hazen-Williams (HW), la ecuación de Darcy-Weisbach (DW) o la ecuación de Manning (MN). En este trabajo se descartó usar la ecuación (MN) ya que esta se aplica a flujo de agua en canales abiertos y el objetivo a desarrollar se enfoca en el flujo a presión; así, se usará la ecuación (DW) ya que es la más usada para tuberías a presión porque es dimensionalmente correcta y no solo se limita al agua, bajo ciertas condiciones, como lo hace la ecuación de Hazen-Williams.

Al calcular las pérdidas por fricción por la ecuación de Darcy-Weisbach (DW) se encuentra una variable llamada factor de fricción. A lo largo de la historia se han creado diferentes ecuaciones empíricas para poder representar este fenómeno, la cantidad tan numerosa de ecuaciones generan confusión al escoger cuál usar y se termina usando las ecuaciones más famosas y antiguas, sin generar algún tipo de análisis del porqué son utilizadas. Cada ecuación tiene unas limitaciones, que en la mayoría de los casos también son desconocidos, esto genera que al realizar los cálculos de un sistema de tuberías se falle en las pérdidas por fricción por una mala decisión en escoger la ecuación del factor de fricción.

Por lo tanto, la presente investigación pretende resolver la siguiente interrogante ¿En función de la raíz del error cuadrático medio qué ecuación escoger para hallar el factor de fricción de Darcy y por qué?

## 5. MARCO DE REFERENCIA

### 5.1. MARCO TEORICO

La mecánica de fluidos es una rama de la física que estudia el comportamiento de los fluidos y sus propiedades, esta se puede dividir en dos campos respecto al movimiento del fluido; estática de fluidos y dinámica de fluidos. Para el estudio de estas ramas principalmente se deben conocer las características intrínsecas de los fluidos, la principal propiedad que posee un fluido se denomina fluidez, que describe que un fluido cambia su forma cuando está sometido a un esfuerzo cortante por muy mínimo que sea este, se pueden clasificar a los fluidos en 2 categorías: líquidos y gases. Estos son estados de la materia donde no tienen una forma fija, pero los líquidos mantienen su volumen mientras que los gases no. Para estudiar los fluidos se generó una hipótesis llamada hipótesis del medio continuo la cual considera a los fluidos como objeto continuo, ignorando su estructura molecular y sus discontinuidades, gracias a esta hipótesis se pueden considerar propiedades como densidad, temperatura entre otras. [9]

La mecánica de fluidos está regida por 3 leyes de la naturaleza las cuales son: La conservación de la masa, la conservación de la cantidad de movimiento y la conservación de la energía. De estas se basan las ecuaciones que describen el comportamiento de los fluidos, a este conjunto de ecuaciones diferenciales se les denominan ecuaciones de Navier-Stokes.

Cuando un líquido no está en movimiento y que en promedio todas sus partículas tienen una velocidad nula se estudia por parte de la estática de fluidos, en donde el principio más estudiado es el principio de Pascal, donde gracias a este encontramos que para un líquido estático la presión solo depende de su densidad y la profundidad, refiriéndose a las presiones hidrostáticas.

En el caso de que el líquido se mueva respecto a un eje se estudiará por parte de la dinámica de fluidos, se puede estudiar sin tomar en cuenta algunas propiedades, lo que simplifican el cálculo y la deducción de las ecuaciones, a esto se le llamara fluidos perfectos. Estos se caracterizan porque no se consideran propiedades que conllevan a las pérdidas de energías. Dadas las anteriores consideraciones, se deduce una de las ecuaciones más importantes para este campo la cual es llamada ecuación de Bernoulli.

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 [6]$$

Esta ecuación describe el comportamiento de un fluido moviéndose en una línea de corriente, esta ecuación se deduce del principio de la conservación de la energía relacionando la energía cinética, la energía potencial gravitacional y la energía de flujo. Se describe en variables como lo son la presión (P) la velocidad (v), la altura (Z) y la densidad ( $\rho$ ). Esta ecuación está planteada para un fluido perfecto, En la práctica parte de la energía se transforma por propiedades del fluido y del medio del que se transporta, esto conlleva a que se puede describir la ecuación de Bernoulli de esta manera:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + Z^1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + Z^2 + H \quad [7]$$

Donde H se puede describir como las pérdidas de energía de un sistema.

Para el sistema del movimiento de un líquido comprendido por una tubería las pérdidas de energía pueden ser de 2 formas; pérdidas mayores o lineales ( $h_f$ ) y pérdidas menores ( $h_a$ ). Las primeras comprenden las pérdidas por el rozamiento del líquido con la tubería, mientras que las segundas se dan por el cambio de dirección del líquido por accesorios en la tubería. [10]

Las pérdidas lineales para fluidos reales según la ecuación de Darcy-Weisbach, es:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad [8]$$

Donde:

$f$  = factor de fricción de Darcy

$L$  = Longitud de la tubería

$D$  = Diámetro de la tubería

$V$  = velocidad media del fluido

$g$  = gravedad

esta ecuación es considerada semi-empírica ya que en su demostración teórica interviene una posición empírica que se obtiene por los experimentos realizados en tuberías. [11]

El factor de fricción de Darcy es una variable adimensional que depende de características del fluido y de la tubería se puede describir su dependencia como

$$f = f\left(Re, \frac{\varepsilon}{D}, \text{seccion de la tubería}\right)$$

$Re$  siendo el número de Reynolds que es un número adimensional que caracteriza el movimiento de un fluido, y representa la relación física entre las fuerzas inerciales y viscosas. Se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$Re = \frac{V * D}{\nu} \quad \text{o} \quad Re = \frac{V * D * \rho}{\mu} \quad [9]$$

Donde:

$V$  = Velocidad media del fluido

$D$  = Diámetro de la tubería

$\nu$  = Viscosidad Cinemática del fluido

$\mu$  = Viscosidad dinámica del fluido

$\rho$  = Densidad del fluido

Según el valor obtenido del número de Reynolds se puede caracterizar el flujo en:

Flujo laminar ( $Re < 2300$ ): Se presenta en flujos con baja velocidad o en materiales muy porosos como aguas subterráneas o laboratorios con condiciones iniciales determinadas.

Flujo de transición ( $2300 < Re < 4000$ ): Este tipo de flujo se comporta de una manera dual dando gran inestabilidad y los valores del factor de fricción son muy inciertos.

Flujo turbulento ( $Re > 4000$ ): Es el tipo de flujo más común en las tuberías en las que fluye agua, donde las partículas del fluido tienen una turbulencia y comportamiento errante.

El factor de fricción en un régimen laminar es lineal e inversamente proporcional al número de Reynolds, está descrito por la siguiente ecuación de Poiseuille:

$$f = \frac{64}{Re} [10]$$

Por el contrario, cuando es un flujo turbulento se presenta una relación más compleja y que ha sido ampliamente estudiada por diferentes autores. [12]

Como se mencionó, la obtención de este factor ha sido investigada por muchos años ya que no tiene un sustento teórico por la complejidad del flujo, las ecuaciones que describen este factor son totalmente empíricas y para las cuales sus creadores tomaron como base las pérdidas que se generaban y con análisis matemáticos logran crear una ecuación que describa los resultados experimentales.

Se recopilaron las ecuaciones que se tomarán para el desarrollo del trabajo, las cuales son:

Tabla 1 Ecuaciones del factor de fricción

Autores	Ecuación	Rango de aplicación
Colebrook-White [13]	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right) \quad [11]$	$Re < \frac{3500}{\varepsilon/D}$
Chen [14]	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{\varepsilon}{3.7065 D} - \frac{5.0452}{Re} + \log \left( \frac{1}{2.8257} * \left( \frac{\varepsilon}{D} \right)^{1.1098} + \frac{5.8506}{Re^{0.0901}} \right) \right) \quad [12]$	$4 \times 10^3 < Re < 1 \times 10^8$ $1 \times 10^{-6} < \varepsilon/D < 0.05$
Buzzelli [15]	$\frac{1}{\sqrt{f}} = A - \left( \frac{A + 2 \log \left( \frac{B}{Re} \right)}{1 + \left( \frac{2.18}{B} \right)} \right) \text{ Donde: } A = \frac{(0.774 \ln(Re) - 1.41)}{1 + 1.32 \sqrt{\frac{\varepsilon}{D}}}; B = \left( \frac{\varepsilon Re}{3.7D} \right) + 2.51A \quad [13]$	$3 \times 10^3 < Re < 3 \times 10^8$ $0 < \varepsilon/D < 0.05$
Romeo Royo and Monzón [16]	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{\varepsilon/D}{3.7065} - \frac{5.0272}{Re} + \log \left( \frac{\varepsilon/D}{3.827} - \frac{4.567}{Re} \log \left( \left( \frac{\varepsilon/D}{7.7918} \right)^{0.9924} + \left( \frac{5.3326}{208.815 + Re} \right)^{0.9345} \right) \right) \right) \quad [14]$	$3 \times 10^3 < Re < 3 \times 10^8$ $0 < \varepsilon/D < 0.05$
Filonenko [17]	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.82 \log(Re) - 1.64 \quad [15]$	$4 \times 10^3 < Re < 1 \times 10^8$ Tuberías hidráulicamente lisas
Konakov [18]	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.82 \log(Re) - 1.5 \quad [16]$	$4 \times 10^3 < Re < 1 \times 10^8$ Tuberías hidráulicamente lisas
Shacham I [19]	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[ \frac{\varepsilon/D}{3.7} - \frac{5.02}{Re} + \log \left( \frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{14.5}{Re} \right) \right] \quad [17]$	$4 \times 10^3 < Re < 1 \times 10^8$ $1 \times 10^{-6} < \varepsilon/D < 0.05$
Shacham II [19]	$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{X(1 - \ln X) - \frac{\varepsilon/D}{3.7}}{1.15129X + \frac{2.51}{Re}} \quad [18]$ Donde: $X = \frac{\varepsilon/D}{3.7} - \frac{5.02}{Re} \log \left( \frac{\varepsilon/D}{3.7} - \frac{14.5}{Re} \right)$	$4 \times 10^3 < Re < 1 \times 10^8$ $1 \times 10^{-6} < \varepsilon/D < 0.05$
Churchill [20]	$f = 8 \left( \left( \frac{8}{Re} \right)^{12} + (A + B)^{-7.25} \right)^{\frac{1}{12}} \quad [19]$ Donde: $A = \left( 2.457 + \ln \left( \frac{1}{\left( \frac{7}{Re} \right)^{0.9} + 0.25 \frac{\varepsilon}{D}} \right) \right)^{16}$ $B = \left( \frac{37.530}{Re} \right)^{16}$	$4 \times 10^3 < Re < 1 \times 10^8$ $1 \times 10^{-6} < \varepsilon/D < 0.05$
Swamee and Jain [21]	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[ \frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right] \quad [20]$	$5 \times 10^3 < Re < 1 \times 10^8$ $1 \times 10^{-6} < \varepsilon/D < 0.05$
Pávlov [22]	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[ \frac{\varepsilon/D}{3.7} + \left( \frac{6.5}{Re} \right)^{0.9} \right] \quad [21]$	$4 \times 10^3 < Re < 1 \times 10^8$



Continuación tabla 1

Autores	Ecuación	Rango de aplicación
Round [23]	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1.8 \log \left[ \frac{Re}{0.135 Re \frac{\epsilon}{D} + 6.5} \right]$ [22]	$4 \times 10^3 < Re < 1 \times 10^8$ $0 < \epsilon/D < 0.05$
Barr [24]	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[ \frac{\epsilon/D}{3.7} + \frac{4.518 \log \left( \frac{Re}{7} \right)}{Re \left( 1 + \frac{1}{29} Re^{0.52} \left( \frac{\epsilon}{D} \right)^{0.7} \right)} \right]$ [23]	$2300 < Re < 1 \times 10^8$ $0 < \epsilon/D < 0.05$
Zigrang - Sylvester [25]	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[ \frac{\epsilon/D}{3.7} - \frac{5.02}{Re} \log \left( \frac{\epsilon/D}{3.7} - \frac{5.02}{Re} \log \left( \frac{\epsilon/D}{3.7} + \frac{13}{Re} \right) \right) \right]$ [24]	$4 \times 10^3 < Re < 1 \times 10^8$ $4 \times 10^{-4} < \epsilon/D < 0.05$
Haaland [26]	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1.8 \log \left[ \left( \frac{\epsilon/D}{3.7} \right)^{1.11} + \frac{6.9}{Re} \right]$ [25]	$4 \times 10^3 < Re < 1 \times 10^8$ $1 \times 10^{-6} < \epsilon/D < 0.05$
Manadili [27]	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[ \frac{\epsilon/D}{3.7} + \frac{95}{Re^{0.983}} - \frac{96.82}{Re} \right]$ [26]	$5235 < Re < 1 \times 10^8$
Sonnad and Goudar [28]	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 0.8686 \ln \left[ \frac{0.4587 Re}{G^{0.75} + 1} \right]$ [27] Donde: $G = 0.124 Re \frac{\epsilon}{D} + \ln[0.4587 Re]$	$4 \times 10^3 < Re < 1 \times 10^8$ $1 \times 10^{-6} < \epsilon/D < 0.05$
Avci and Karagoz [29]	$f = \frac{6.4}{\left( \ln(Re) - \ln \left( 1 + 0.01 Re * \epsilon/D (1 + 10 \sqrt{\epsilon/D}) \right) \right)^{2.4}}$ [28]	$2300 < Re < 1 \times 10^8$ $0 < \epsilon/D < 0.05$
Papaevange- lou [30]	$f = \frac{0.2479 - 0.0000947 * (7 - \log(Re))^4}{\left[ \log \left( \frac{\epsilon/D}{3.615} + \frac{7.366}{Re^{0.9147}} \right) \right]^5}$ [29]	$1 \times 10^4 < Re < 1 \times 10^8$ $1 \times 10^{-6} < \epsilon/D < 0.05$
Brkic I [31]	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[ 10^{-0.4343 + \beta} + \frac{\epsilon/D}{3.71} \right]$ [30] Donde: $\beta = \ln \frac{Re}{1.816 \ln \left( \frac{1.1 Re}{\ln(1 + 1.1 Re)} \right)}$	$2300 < Re < 1 \times 10^8$ $0 < \epsilon/D < 0.05$
Brkic II [31]	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[ \frac{\epsilon/D}{3.71} + \frac{2.18 \beta}{Re} \right]$ [31] Donde: $\beta = \ln \frac{Re}{1.816 \ln \left( \frac{1.1 Re}{\ln(1 + 1.1 Re)} \right)}$	$2300 < Re < 1 \times 10^8$ $0 < \epsilon/D < 0.05$
Pengfei Li [32]	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[ \frac{\epsilon/D}{3.71} + \frac{1.2563}{Re \sqrt{\left( \frac{-0.0015702}{\ln(Re)} \right) + \left( \frac{0.39442031}{\ln^2(Re)} \right) + \left( \frac{2.5341533}{\ln^3(Re)} \right)}} \right]$ [32]	No encontrado
Fang [33]	$f = 1.613 \left[ \ln \left( 0.234 \left( \frac{\epsilon}{D} \right)^{1.1007} - \frac{60.525}{Re^{1.1105}} + \frac{56.291}{Re^{1.0712}} \right) \right]^{-2}$ [33]	$3000 < Re < 1 \times 10^8$ $0 < \epsilon/D < 0.05$

Continuación tabla 1

Autores	Ecuación	Rango de aplicación
Shaikg [34]	$f = 0,25 \left[ \log \left( \frac{2,51}{Re \left( 1,14 - 2 \log \left( \frac{\epsilon}{D} \right) \right)} + \frac{\epsilon/D}{3,71} \right) \right]^{-2} \quad [34]$ <p>Donde: <math>\alpha = -0,75</math></p>	$1 \times 10^4 < Re < 1 \times 10^8$ $1 \times 10^{-6} < \epsilon/D < 0,05$
Serghides [35]	$\frac{1}{\sqrt{f}} = S_1 - \frac{(S_2 - S_1)^{-2}}{S_3 - 2S_2 + S_1} \quad [35]$ <p>Donde: <math>S_1 = -2 \log \left( \frac{\epsilon/D}{3,7} + \frac{12}{Re} \right)</math>; <math>S_2 = -2 \log \left( \frac{\epsilon/D}{3,7} + \frac{2,51 S_1}{Re} \right)</math>; <math>S_3 = -2 \log \left( \frac{\epsilon/D}{3,7} + \frac{2,51 S_2}{Re} \right)</math></p>	$2300 < Re < 1 \times 10^8$ $1 \times 10^{-6} < \epsilon/D < 0,05$
Ghanbari, Farshad and Rieke [36]	$f = \left[ -1,52 \log \left( \left( \frac{\epsilon/D}{7,21} \right)^{1,042} + \left( \frac{2,731}{Re} \right)^{0,9152} \right) \right]^{-2,169} \quad [36]$	$2300 < Re < 1 \times 10^8$ $0 < \epsilon/D < 0,05$
Rao and Kumar [37]	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \left( \frac{(2 \epsilon/D)^{-1}}{\left( \frac{0,444 + 0,135 Re}{Re} \right) \beta} \right) \quad [37]$ <p>Donde: <math>\beta = 1 - 0,55 e^{-0,33 \left[ \ln \left( \frac{Re}{6,5} \right) \right]^2}</math></p>	$2300 < Re < 1 \times 10^8$ $1 \times 10^{-6} < \epsilon/D < 0,05$
Vantankhah and Kouchakzad eh [38]	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 0,8686 \ln \left( \frac{0,4587 Re}{(G - 0,31)^{0,75} / (G + 0,9633)} \right) \quad [38]$ <p>Donde: <math>G = 0,124 Re(\epsilon/D) + \ln(0,4587 Re)</math></p>	$4 \times 10^3 < Re < 1 \times 10^8$ $1 \times 10^{-6} < \epsilon/D < 0,05$
Blasius (1917) [10]	$f = \frac{0,3164}{Re^{1/4}} \quad [39]$	$Re > 10^4$ Tuberías hidráulicamente lisas
Prandtl and Vond karman I [39]	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log(Re \sqrt{f}) - 0,8 \quad [40]$	$Re > 10^5$ Tuberías hidráulicamente lisas
Prandtl and Vond karman II [39]	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log((2 \epsilon/D)^{-1}) + 1,74 \quad [41]$	$Re < \frac{3500}{\epsilon/D}$

Fuente: Propia adaptada en Excel

Ecuaciones como la de Colebrook-White y Prandtl and Vond karman I son consideradas como ecuaciones implícitas ya que para obtener su solución se requiere de métodos numéricos. Newton en su obra “Método de las fluxiones y series infinitas” en 1671 [40] describe una forma de encontrar las raíces de una función por un método iterativo, descrito con la ecuación:

$$X_{n+1} = X_1 - \frac{g(X_1)}{g'(X_1)} [42]$$

Donde para la ecuación de Colebrook-White:

$$X_1 = \frac{1}{\sqrt{f}} [43]$$

$$g(X_1) = -2 \log \left( \frac{\frac{\varepsilon}{D}}{3.71} + \frac{2.51 * X_1}{Re} \right) - X_1 = 0 [44]$$

$$g'(X_1) = \frac{-2}{\ln 10} \left( \frac{\frac{2.51}{Re}}{\frac{\frac{\varepsilon}{D}}{3.71} + \frac{2.51 * X_1}{Re}} \right) - 1 [45]$$

Para la ecuación de Prandtl and Vond karman:

$$X_1 = \frac{1}{\sqrt{f}} [46]$$

$$g(X_1) = 2 \log \left( Re \frac{1}{X_1} \right) - 0,8 - X_1 [47]$$

$$g'(X_1) = \frac{2}{\ln 10} \left( \frac{Re \frac{-1}{X_1^2}}{Re \frac{1}{X_1}} \right) - 1 [48]$$

Al tener ya las funciones definidas se aplica la ecuación de Newton-Raphson. La idea principal es que  $X_1$  y  $X_{n+1}$  sean del mismo valor, si no son parecidos los

valores  $X_1$  toma el valor de  $X_{n+1}$  y volviendo a realizar la ecuación generando un proceso de iteración. Para finalizar este proceso se buscará que la diferencia sea aproximada a 0 y se halla con la así:

$$Error = |X_1 - X_{n+1}| [49]$$

Cuando acabe el proceso de iteración se despeja el factor de fricción de la ecuación de  $X_1$  obteniendo el valor buscado.

## 5.2. MARCO CONCEPTUAL

“Más fácil me ha sido encontrar las leyes con que se mueven los cuerpos celestes, los que están a millones de kilómetros, que definir las leyes del movimiento del agua, que corre frente a mis ojos” [41]

Para estudiar los fluidos, primero se debe entender: ¿qué es un fluido? Un fluido es una sustancia en la cual sus moléculas carecen de cohesión para determinar una forma fija, siendo la cohesión la fuerza de atracción de entre las moléculas de la misma sustancia. Esta característica les da la capacidad a los fluidos de fluir y no tener fuerzas que permitan recuperar la forma original, como en algunos sólidos que fluyen. Los fluidos se pueden describir en 2 estados de la materia: líquido y el estado gaseoso. El estado líquido se caracteriza porque la unión entre sus moléculas es lo suficientemente fuerte para mantener un volumen constante pero no para mantener una forma fija. Los líquidos son considerados incompresibles ya que la variación de su densidad respecto a una presión externa es muy pequeña y, en efectos prácticos, es cero; de manera contraria, al estado gaseoso se le atribuye la propiedad de poderse comprimir ya que al someterse a presiones externas el cambio en su volumen es considerablemente más notorio, esto se debe a que las moléculas en un gas no tienen casi fuerza que las mantenga unidas creando espacios entre moléculas de mayor magnitud permitiendo los cambios volumétricos.

El estudio de estas sustancias fue reconocido como mecánica de fluidos que hace parte de la física y se encarga de estudiar sus propiedades y las fuerzas que influyen a estos. Las características principales para estudiar los fluidos son: su densidad, que describe la relación entre la masa y el volumen del fluido, y su viscosidad, que describe cómo un fluido se opone al movimiento de sí mismo o a su capacidad de fluir. Un fluido se puede estudiar respecto a su velocidad en un sistema, si la velocidad media es 0 entra al campo de la estática de fluidos y si la velocidad media es diferente a 0, se estudia por dinámica de fluidos.

En la dinámica de fluidos podemos encontrar que el movimiento de los fluidos se basa en la energía total del sistema llamándolo cabeza de presión, se describen 2 teoremas fundamentales los cuales son la conservación de la masa y la conservación de la energía. Bernoulli usando estos teoremas describe una ecuación para definir la energía en 2 puntos del sistema a analizar, la energía total en un punto será dependiente de 3 tipos de energía; la energía de presión, la energía cinética y la energía potencial. Se demuestra que un fluido tiende a moverse de un punto de mayor energía a uno de menor.

En los experimentos se observó que la energía total a lo largo de un conducto disminuía, esto por causa de solo fluir, después se fue demostrando que la energía no se perdía, solo se transformaba y salía del sistema de referencia, a esto se le llamó pérdida de energía. Este fenómeno se convirtió en un factor a tomar en cuenta en la ecuación de la conservación de la energía de Bernoulli; además, se analizó que existían dos maneras en las que en un sistema con flujo se perdía dicha energía. La primera es a causa de la fricción del medio en el que se transportaba el fluido, puesto que las paredes del medio ejercían una fuerza de oposición de manera contraria a la dirección movimiento y fue nombrado de muchas maneras: pérdidas mayores, pérdidas lineales o pérdidas por fricción.

La segunda manera era por cambios de dirección en el flujo, estas podían ser generadas por accesorios o algún cambio en el diámetro donde se mueve el fluido, fueron llamadas pérdidas menores o por accesorios.

Para las pérdidas mayores experimentalmente se observaba que estas tienen dependencia de variables concretas en las que influía tanto el fluido como el medio donde se movía. Estos parámetros son: la longitud de la tubería, la sección transversal de la tubería, la fuerza de fricción opuesta al movimiento, la viscosidad del fluido y su velocidad. Para la obtención de las fórmulas que intentaban describir estas pérdidas se hacía el uso del número de Reynolds, el cual es un número adimensional que relaciona las fuerzas inerciales con las fuerzas viscosas de un fluido y permite describir el comportamiento del fluido. Este comportamiento puede ser de 3 formas, laminar, turbulento y transitorio. Esto genera diferentes implicaciones en las pérdidas mayores ya que para el flujo laminar se podía observar que solo el fluido era el responsable de las pérdidas mayores dejando unos cálculos en términos solo del número de Reynolds, pero para el flujo turbulento la sección y la rugosidad de la tubería generaban también las pérdidas haciendo más complejos los cálculos de desarrollo de ecuaciones.

## **6. OBJETIVOS**

### **6.1. GENERAL**

Determinar la ecuación de factor de fricción que tenga menor error porcentual y mayor eficiencia respecto a la ecuación de Darcy-Weisbach.

### **6.2. ESPECIFICOS**

1. Recopilar datos de laboratorios que permitan hallar el factor de fricción con la ecuación de Darcy-Weisbach y las ecuaciones teóricas.
2. Crear un código de programación que permita realizar cálculos en masa para calcular las ecuaciones de fricción y visualizar sus resultados.
3. Comparar diferentes ecuaciones de factor de fricción con el resultado de la ecuación de Darcy-Weisbach

## **7. METODOLOGIA**

La presente investigación está constituida por una revisión documental; ya que se apoyó en fuentes documentales para la sustentación de este. Se recopilaron 31 ecuaciones de diferentes autores en diferentes épocas para hallar el factor de fricción teniendo en cuenta su rango de aplicabilidad. Para la realización del trabajo se hace uso de datos de laboratorios que recreen el fenómeno de pérdidas de energía por fricción.

La metodología realizada consiste en 2 fases, la primera es la recopilación de información de los laboratorios y la segunda corresponde al análisis de la información.

### **7.1. Fase 1: Recopilación información de laboratorios.**

A causa de la pandemia del COVID-19 y los disturbios sociales presentados en Colombia este año no fue posible realizar prácticas de laboratorio por tal motivo se utilizó información de laboratorios previamente realizados.

Para seleccionar los datos de laboratorio se definieron los siguientes criterios mínimos requeridos para la estimación de la pérdida de energía por fricción entre estos resaltan: el caudal, la diferencia de presiones, dimensiones de la tubería tales como la longitud, el diámetro externo, el espesor (o diámetro interno), el material de la tubería y la temperatura del fluido. Se verificó que la configuración experimental de los laboratorios previamente realizados permitiera la estimación de la pérdida de energía asociada a la fricción, para ello entre las secciones de interés en las cuales se miden las características del fluido no es posible encontrar algún accesorio que genera alguna pérdida menor. De igual forma se validó el método e instrumentos para realizar la captura de los datos de laboratorio, estas podían ser de forma digital con sensores automáticos que miden el caudal y las presiones o de forma análoga utilizando instrumentos de medición tradicional.

### **7.2. Fase 2: Análisis de la información.**

Para poder analizar los datos obtenidos en los laboratorios se desarrolló un código en lenguaje de programación Python en su versión 3 ya que entre sus fortalezas destacan que es un lenguaje de programación orientado a objetos, es de libre acceso y posee múltiples aplicaciones en diferentes campos de la ciencia. Este código permite la optimización de los cálculos de las ecuaciones con gran cantidad de datos, generando gráficas y tablas de resultados para su posterior análisis.

El código fue desarrollado en dos partes, la primera corresponde a todas las funciones que son utilizadas para el desarrollo de la investigación y la segunda corresponde a un algoritmo que ejecuta estas funciones de forma lógica y organizada

PRIMERA PARTE



Se realizó un análisis de los parámetros de entrada necesarios para poder resolver las ecuaciones del factor de fricción observando que se dividen en parámetros de la tubería y parámetros del fluido, los parámetros que dependen de la tubería son el diámetro interno, el área transversal y la rugosidad relativa. Los parámetros que dependen del flujo son la viscosidad cinemática y la densidad. Se programaron cada una de las ecuaciones necesarias para obtener estos cada uno de estos donde los valores de entrada corresponden a los datos obtenidos del laboratorio.

Para la estimación del factor de fricción a partir de las ecuaciones teóricas se hace necesario calcular los parámetros hidráulicos del flujo que permitan describir el régimen de flujo de cada experimento. Para ello se realizó la programación de las ecuaciones básicas de la hidráulica, estas fueron la velocidad del fluido en la tubería, el número de Reynolds y el tipo de flujo.

Se programaron cada una de las ecuaciones para la estimación del factor de fricción expuestas anteriormente en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, para las ecuaciones explícitas se realizó una programación de forma directa; las ecuaciones implícitas se programaron usando el método de Newton-Raphson. El factor de fricción experimental se halló usando la ecuación de Darcy-Weisbach despejando dicho factor.

## SEGUNDA PARTE

El algoritmo se desarrolló para que ejecutara todas las estimaciones necesarias para el cálculo de los factores de fricción por cada una de las ecuaciones programadas en la primera parte. Esta toma los datos de entrada y correspondientes a las mediciones de los laboratorios, los organiza y estructura en un dataframe, el cual permite realizar los respectivos cálculos y generar un reporte de salida también de tipo dataframe. Un dataframe es una estructura matricial bidimensional, la cual permite almacenar diferentes tipos de datos tales como enteros, caracteres o decimales, esta estructura permite una ejecución rápida y eficiente de una gran cantidad de datos.

El algoritmo inicia cargando los datos de laboratorios obtenidos y ordenados en un archivo Excel, con estos datos se ejecuta la primera parte del código para cada uno de los experimentos considerados. El algoritmo adiciona una columna nueva en el dataframe para cada una de las funciones que aplica.

Para definir los errores de las estimaciones de los factores de fricción teóricos versus los experimentales se definió usar 2 tipos de, con respecto al factor de fricción experimental se utilizaron dos métricas diferente, el error porcentual relativo y la raíz del error cuadrático medio (RMSE); la primera se escogió el error porcentual relativo por ser una de los más comunes y usadas en las prácticas de laboratorios ya que compara valor a valor la diferencia de los datos experimentales contra los teóricos esta métrica se define como:

$$e\% = \frac{|x - y|}{x} * 100 [50]$$

Donde:

$x$  = Valor experimental en observación

$y$  = Valor teórico en observación

La segunda se escogió el RMSE ya que es una métrica adimensional que permite comparar 2dos conjuntos de datos y evaluar la precisión de la estimación realizada con respecto a los valores experimentales versus los esperados. Está se define como:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^2}{n}} \quad [51]$$

Donde:

$x_i$  = Valor experimental en observación

$y_i$  = Valor teórico en observación

$n$  = total de observaciones

Al finalizar los cálculos anteriormente descritos el algoritmo exporta el dataframe a un formato Excel con todos los resultados obtenidos y procede a generar graficas que permitan visualizar los resultados obtenidos.

La graficas generadas por el algoritmo son de tipo boxplot e histograma, las primeras nos permiten visualizar la distribución estadística de los datos y cada uno de los percentiles de esta, se utilizó para describir el conjunto de resultados obtenidos de cada una de las ecuaciones de fricción utilizadas. El segundo tipo de grafico permite visualizar las diferencias entre los conjuntos de datos obtenidos tras la aplicación de las dos métricas descritas anteriormente.

## 8. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 8.1. DATOS RECOPIADOS

Teniendo en cuenta las limitaciones observadas en la metodología para la ejecución de laboratorios con ayuda de profesores de la universidad católica de Colombia se obtuvieron datos de 3 laboratorios diferentes, dos de ellos se realizaron bajo el proceso de medir las diferencias de presiones y los caudales de forma digital con sensores y uno de forma análoga viendo las presiones por un tubo piezométrico y el caudal se media tomando el tiempo que se demoraba en llenarse 5L.

Los primeros datos recopilados vistos en la Tabla 2 son obtenidos de un laboratorio con sensor de medición de caudal y presión, consta de 3 tuberías de materiales de PVC, acero inoxidable y acero al carbón.

Tabla 2 Datos recopilados 1

Dif presiones (mca)	Caudal (L/s)	Temperatura (Celsius)	Longitud tubería (m)	Diámetro ext. tubería (in)	Diámetro ext. tubería (m)	Espesor (m)	Material
0,3541	0,480	20,0	2,56	1/2'	0,02134	0,00026	PVC
1,0376	1,145	20,0	2,56	1/2'	0,02134	0,00026	PVC
1,2324	1,139	20,0	2,56	1/2'	0,02134	0,00026	PVC
1,5508	1,244	20,0	2,56	1/2'	0,02134	0,00026	PVC
2,0371	1,293	20,0	2,56	1/2'	0,02134	0,00026	PVC
2,3275	1,557	20,0	2,56	1/2'	0,02134	0,00026	PVC
2,7287	1,807	20,0	2,56	1/2'	0,02134	0,00026	PVC
3,2933	2,178	20,0	2,56	1/2'	0,02134	0,00026	PVC
4,0048	1,913	20,0	2,56	1/2'	0,02134	0,00026	PVC
3,6438	1,774	20,0	2,56	1/2'	0,02134	0,00026	PVC
3,1951	1,872	20,0	2,56	1/2'	0,02134	0,00026	PVC
2,8625	1,741	20,0	2,56	1/2'	0,02134	0,00026	PVC
0,7696	0,786	20,0	2,5	3/4'	0,02667	0,0028	ACERO I.
1,8072	1,245	20,0	2,5	3/4'	0,02667	0,0028	ACERO I.
2,0380	1,253	20,0	2,5	3/4'	0,02667	0,0028	ACERO I.
3,6092	1,608	20,0	2,5	3/4'	0,02667	0,0028	ACERO I.
3,1688	1,534	20,0	2,5	3/4'	0,02667	0,0028	ACERO I.
2,8765	1,477	20,0	2,5	3/4'	0,02667	0,0028	ACERO I.
2,3471	1,305	20,0	2,5	3/4'	0,02667	0,0028	ACERO I.
1,6167	1,179	20,0	2,5	3/4'	0,02667	0,0028	ACERO I.
0,9685	0,849	20,0	2,5	3/4'	0,02667	0,0028	ACERO I.
1,2610	0,954	20,0	2,5	3/4'	0,02667	0,0028	ACERO I.
1,9549	1,181	20,0	2,5	3/4'	0,02667	0,0028	ACERO I.
2,8852	1,511	20,0	2,5	3/4'	0,02667	0,0028	ACERO I.

Continuación tabla 2

0,1042	0,339	20,0	2,5	3/4'	0,02667	0,00173	ACERO C.
0,1194	0,353	20,0	2,5	3/4'	0,02667	0,00173	ACERO C.
0,1756	0,497	20,0	2,5	3/4'	0,02667	0,00173	ACERO C.
0,2386	0,531	20,0	2,5	3/4'	0,02667	0,00173	ACERO C.
0,3866	0,765	20,0	2,5	3/4'	0,02667	0,00173	ACERO C.
0,6078	0,844	20,0	2,5	3/4'	0,02667	0,00173	ACERO C.
0,8844	1,115	20,0	2,5	3/4'	0,02667	0,00173	ACERO C.
1,2943	1,298	20,0	2,5	3/4'	0,02667	0,00173	ACERO C.
1,5160	1,343	20,0	2,5	3/4'	0,02667	0,00173	ACERO C.
1,8422	1,391	20,0	2,5	3/4'	0,02667	0,00173	ACERO C.
2,3034	1,711	20,0	2,5	3/4'	0,02667	0,00173	ACERO C.
3,0462	1,942	20,0	2,5	3/4'	0,02667	0,00173	ACERO C.
3,6342	2,189	20,0	2,5	3/4'	0,02667	0,00173	ACERO C.

Fuente: Propia adaptada en Excel

En la Tabla 3 se ven los datos obtenidos del laboratorio de hidráulica de la Pontificia Universidad Javeriana, en el cual se manejaron 5 caudales diferentes, mientras que el diámetro de la tubería de PVC se mantuvo constante, este también consta de sensores para la medición del caudal y las presiones.

Tabla 3 Datos recopilados 2

Dif presiones (mca)	Caudal (L/s)	Temperatura (Celsius)	Longitud tubería (m)	Diámetro ext. tubería (in)	Diámetro ext. tubería (m)	Espesor (m)	Material
0,5310	0,249	17,9	4,61	1/2'	0,02134	0,00269	PVC
1,0120	0,388	17,9	4,61	1/2'	0,02134	0,00269	PVC
2,5790	0,537	17,7	4,61	1/2'	0,02134	0,00269	PVC
3,3380	0,675	17,6	4,61	1/2'	0,02134	0,00269	PVC
4,5241	0,826	17,6	4,61	1/2'	0,02134	0,00269	PVC

Fuente: Propia adaptada en Excel

Gracias a las materias de mecánica de fluidos e hidráulica donde se realizaron las prácticas de laboratorio de pérdidas de energía por fricción se obtuvieron varios datos del banco AMFIELD de la Universidad Católica de Colombia, La medición de caudal y las presiones fueron de forma análoga ya explicada.

Tabla 4 Datos recopilados 3

Dif presiones (mmhg)	Caudal (L/s)	Temperatura (Celsius)	Longitud tubería (m)	Diámetro ext. tubería (in)	Diámetro ext. tubería (m)	Espesor (m)	Material
58	0,888	17,6	1	1/2'	0,02134	0,00214	PVC
54	0,841	17,6	1	1/2'	0,02134	0,00214	PVC
50	0,788	17,6	1	1/2'	0,02134	0,00214	PVC
44	0,758	17,6	1	1/2'	0,02134	0,00214	PVC
40	0,703	17,6	1	1/2'	0,02134	0,00214	PVC
34	0,653	17,6	1	1/2'	0,02134	0,00214	PVC
30	0,591	17,6	1	1/2'	0,02134	0,00214	PVC

Continuación tabla 4

Dif presiones (mmhg)	Caudal (L/s)	Temperatura (Celsius)	Longitud tubería (m)	Diámetro ext. tubería (in)	Diámetro ext. tubería (m)	Espesor (m)	Material
24	0,469	17,6	1	1/2'	0,02134	0,00214	PVC
18	0,496	17,6	1	1/2'	0,02134	0,00214	PVC
10	0,366	17,6	1	1/2'	0,02134	0,00214	PVC
6	0,270	17,6	1	1/2'	0,02134	0,00214	PVC
47	0,881	17,4	1	1/2'	0,02134	0,00214	PVC
35	0,745	17,6	1	1/2'	0,02134	0,00214	PVC
27	0,677	17,8	1	1/2'	0,02134	0,00214	PVC
16	0,526	18,0	1	1/2'	0,02134	0,00214	PVC
8	0,334	18,2	1	1/2'	0,02134	0,00214	PVC
4	0,254	18,4	1	1/2'	0,02134	0,00214	PVC

Fuente: Propia adaptada en Excel

Estos datos recopilados fueron ordenados en el formato visto en el Anexo 1 para estandarizar la forma y las unidades de los datos y que el código de programación creado pueda reconocer la matriz de entrada.

## 8.2. CÓDIGO DE PROGRAMACIÓN

Se crearon 2 scripts con nombres “Ecuaciones.py” y “Dataframe.py” que permiten la interacción con los resultados de los laboratorios. En el primer script visto en el Anexo 2 se programaron como funciones todas las ecuaciones propuestas en la Tabla 1 con sus respectivos rangos de aplicación y así mismo las ecuaciones necesarias para el cálculo de estas tales como: diámetro interno, área transversal, velocidad, rugosidad relativa, viscosidad cinemática, densidad, número de Reynolds y tipo de flujo. De igual manera en este script se programaron como funciones las ecuaciones que permiten hallar el error porcentual de cada ecuación de fricción respecto a la ecuación de Darcy-Weisbach.

En el segundo script visto en el Anexo 3 se desarrolló el algoritmo que interactúa con los datos iniciales manejando la estructura de dataframe. El algoritmo inicia cargando los datos de laboratorios guardados en el formato de Excel creado, importando las funciones del primer script calcula el valor del factor de fricción con cada una de las ecuaciones y sus respectivos errores porcentuales, luego calcula el RMSE a cada conjunto de experimentos por cada ecuación, para poder visualizar estos datos el algoritmo a cada función le crea una columna en el dataframe y cada fila representa el experimento, al finalizar el algoritmo exporta este dataframe en un archivo Excel para visualizar de manera más cómoda los resultados, este dataframe se observa en el Anexo 7. Se crean graficas del dataframe final para observar de forma resumida y ordenada los resultados.

En el segundo script se encuentran partes del código en forma de comentarios esto se debe a que el algoritmo se creó para poder ejecutarse con tuberías lisas y rugosas pero los datos de laboratorios obtenidos solo contenían datos de tuberías lisas lo que generaba un error en los cálculos para tuberías rugosas por eso se dejaron como comentarios estas líneas de código.

### 8.3. RESULTADOS OBTENIDOS Y ANALISIS

Se corrieron simulaciones por cada uno de los experimentos realizados en el código de programación de igual forma se crearon tres grupos de datos para realizar el análisis, el primer grupo recopila cada uno de los experimentos, el segundo agrupa los experimentos capturados con sensores digitales y el tercero es el grupo de experimentos capturados de manera análoga.

En la Tabla 5 se podemos ver los resultados de cada ecuación de fricción para cada uno de los experimentos los cuales fueron 59 en total de los tres laboratorios.

En la ilustración 1 la cual representa la distribución de los valores obtenidos en la Tabla 5 se puede observar que la mayoría de ecuaciones teóricas mantienen un rango similar de valores, seis de las 31 ecuaciones presentan diferentes distribuciones, las ecuaciones de Filonenko, Konakov, Blasius y Prandtl I son ecuaciones las cuales no dependen de la rugosidad absoluta del material, solo tienen aplicabilidad a tuberías hidráulicamente lisas, por esta limitación las ecuaciones bajan su precisión.

En las ecuaciones de Rao y Prandtl II generan también una diferente distribución en los resultados, respecto a la ecuación de Prandtl II esta no depende del número de Reynolds y sus resultados son muy alejados a los datos experimentales, esto indica que la variable del número de Reynolds tiene gran sensibilidad respecto a representar teóricamente el fenómeno, la ecuación de Rao que depende del número de Reynolds, de la rugosidad de la tubería y también tiene un rango de aplicabilidad normal respecto a las otras ecuaciones pero genera resultados muy parecidos a la ecuación de Prandtl II que son atípicos respecto a los demás.

La distribución de los resultados de la ecuación de Darcy-Weisbach en la ilustración 1 es diferente respecto a las teóricas, esta tiene un mayor rango en sus datos y su mediana es menor, para poder observar que tipo de datos eran los que generaban esta desigualdad analizo cómo se distribuyen los datos respecto a los datos obtenidos con sensores digitales a los obtenidos análogamente, teniendo la suposición que los datos obtenidos análogamente tendrían mayor diferencia ya que la incertidumbre era mayor.

Tabla 5 Resultados factor de fricción

Ecuación	Experimento											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Darcy	0.028	0.015	0.018	0.019	0.023	0.018	0.015	0.013	0.020	0.021	0.017	0.017
Colebrook	0.024	0.020	0.020	0.019	0.019	0.019	0.018	0.017	0.018	0.018	0.018	0.018
Chen	0.024	0.020	0.020	0.019	0.019	0.019	0.018	0.017	0.018	0.018	0.018	0.018
Buzzeli	0.024	0.020	0.020	0.019	0.019	0.019	0.018	0.017	0.018	0.018	0.018	0.018
Romeo Royo	0.024	0.020	0.020	0.019	0.019	0.019	0.018	0.017	0.018	0.018	0.018	0.018
Filonenko	0.024	0.019	0.019	0.019	0.019	0.018	0.018	0.017	0.017	0.018	0.018	0.018
Konakov	0.023	0.019	0.019	0.019	0.019	0.018	0.017	0.017	0.017	0.018	0.017	0.018
Shacham I	0.024	0.020	0.020	0.019	0.019	0.019	0.018	0.017	0.018	0.018	0.018	0.018
Shacham II	0.024	0.020	0.020	0.019	0.019	0.019	0.018	0.017	0.018	0.018	0.018	0.018
Churchill	0.024	0.020	0.020	0.019	0.019	0.018	0.018	0.017	0.018	0.018	0.018	0.018
Swamee and Jain	0.024	0.020	0.020	0.019	0.019	0.018	0.018	0.017	0.018	0.018	0.018	0.018
Pavlov	0.024	0.019	0.020	0.019	0.019	0.018	0.018	0.017	0.018	0.018	0.018	0.018
Round	0.023	0.019	0.019	0.019	0.019	0.018	0.018	0.017	0.018	0.018	0.018	0.018
Barr	0.024	0.020	0.020	0.019	0.019	0.018	0.018	0.017	0.018	0.018	0.018	0.018
Zigrang	0.024	0.020	0.020	0.019	0.019	0.018	0.018	0.017	0.018	0.018	0.018	0.018
Haaland	0.024	0.019	0.019	0.019	0.019	0.018	0.018	0.017	0.018	0.018	0.018	0.018
Sonnad	0.024	0.020	0.020	0.019	0.019	0.019	0.018	0.017	0.018	0.018	0.018	0.018
Manadili	0.024	0.020	0.020	0.019	0.019	0.019	0.018	0.017	0.018	0.018	0.018	0.018
Avci	0.024	0.020	0.020	0.019	0.019	0.019	0.018	0.017	0.018	0.018	0.018	0.018
Papaevangelou	0.024	0.020	0.020	0.019	0.019	0.018	0.018	0.017	0.018	0.018	0.018	0.018
Brkic I	0.023	0.019	0.019	0.019	0.019	0.018	0.018	0.017	0.017	0.018	0.017	0.018
Brkic II	0.024	0.020	0.020	0.019	0.019	0.019	0.018	0.017	0.018	0.018	0.018	0.018
Li	0.024	0.020	0.020	0.019	0.019	0.019	0.018	0.017	0.018	0.018	0.018	0.018
Fang	0.024	0.020	0.020	0.019	0.019	0.019	0.018	0.017	0.018	0.018	0.018	0.018
Shaikh	0.023	0.019	0.019	0.018	0.018	0.017	0.017	0.016	0.017	0.017	0.017	0.017
Ghanbari	0.024	0.020	0.020	0.020	0.019	0.019	0.018	0.017	0.018	0.018	0.018	0.018
Serghides	0.024	0.020	0.020	0.019	0.019	0.019	0.018	0.017	0.018	0.018	0.018	0.018
Rao	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011
Vantankhah	0.024	0.020	0.020	0.019	0.019	0.019	0.018	0.017	0.018	0.018	0.018	0.018
Blasius	0.024	0.020	0.020	0.019	0.019	0.018	0.017	0.017	0.017	0.017	0.017	0.018
Prandtl I	0.024	0.019	0.019	0.019	0.019	0.018	0.018	0.017	0.017	0.018	0.018	0.018
Prandtl II	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011



Continuación tabla 5

Ecuación	Experimento											
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Darcy	0.025	0.023	0.026	0.028	0.027	0.027	0.028	0.023	0.027	0.028	0.028	0.025
Colebrook	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.027	0.027	0.026	0.026
Chen	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.027	0.027	0.026	0.026
Buzzeli	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.027	0.027	0.026	0.026
Romeo Royo	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.027	0.027	0.026	0.026
Filonenko	0.021	0.019	0.019	0.018	0.018	0.018	0.019	0.019	0.021	0.020	0.019	0.018
Konakov	0.021	0.019	0.019	0.018	0.018	0.018	0.019	0.019	0.021	0.020	0.019	0.018
Shacham I	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.027	0.027	0.026	0.026
Shacham II	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.027	0.027	0.026	0.026
Churchill	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.027	0.027	0.026	0.026
Swamee and jain	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.027	0.027	0.026	0.026
Pavlov	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.027	0.027	0.026	0.026
Round	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.027	0.027	0.027	0.027	0.026
Barr	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.027	0.027	0.026	0.026
Zigrang	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.027	0.027	0.026	0.026
Haaland	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.027	0.026	0.026	0.026
Sonnad	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.027	0.027	0.026	0.026
Manadili	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.027	0.027	0.026	0.026
Avci	0.026	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.026	0.026	0.026	0.026	0.025
Papaevangeloet	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.027	0.027	0.026	0.026
Brkic I	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.027	0.027	0.026	0.026
Brkic II	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.027	0.027	0.026	0.026
Li	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.027	0.027	0.026	0.026
Fang	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.027	0.027	0.026	0.026
Shaikg	0.026	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.026	0.026	0.025	0.025
Ghanbari	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.027	0.027	0.026	0.026
Serghides	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.027	0.027	0.026	0.026
Rao	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024
Vantankhah	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.027	0.027	0.026	0.026
Blasius	0.021	0.019	0.019	0.018	0.018	0.018	0.019	0.019	0.021	0.020	0.019	0.018
Prandtl I	0.021	0.019	0.019	0.018	0.018	0.018	0.019	0.019	0.021	0.020	0.019	0.018
Prandtl II	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024	0.024

Continuación tabla 5

Ecuación	Experimento											
	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
Darcy	0.030	0.031	0.023	0.028	0.022	0.028	0.023	0.025	0.027	0.031	0.026	0.026
Colebrook	0.030	0.030	0.028	0.028	0.027	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.025	0.025
Chen	0.030	0.030	0.029	0.028	0.027	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.025	0.025
Buzzeli	0.030	0.030	0.028	0.028	0.027	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.025	0.025
Romeo Royo	0.030	0.030	0.028	0.028	0.027	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.025	0.025
Filonenko	0.027	0.026	0.024	0.024	0.022	0.021	0.020	0.019	0.019	0.019	0.018	0.018
Konakov	0.026	0.026	0.024	0.023	0.022	0.021	0.020	0.019	0.019	0.019	0.018	0.018
Shacham I	0.030	0.030	0.028	0.028	0.027	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.025	0.025
Shacham II	0.030	0.030	0.028	0.028	0.027	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.025	0.025
Churchill	0.031	0.030	0.029	0.029	0.027	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.025	0.025
Swamee and Jain	0.030	0.030	0.029	0.029	0.027	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.025	0.025
Pavlov	0.030	0.030	0.029	0.028	0.027	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.025	0.025
Round	0.030	0.030	0.028	0.028	0.027	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.026	0.025
Barr	0.030	0.030	0.028	0.028	0.027	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.025	0.025
Zigrang	0.030	0.030	0.028	0.028	0.027	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.025	0.025
Haaland	0.030	0.030	0.028	0.028	0.027	0.026	0.026	0.026	0.025	0.025	0.025	0.025
Sonnad	0.030	0.030	0.029	0.028	0.027	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.025	0.025
Manadili	0.031	0.030	0.029	0.029	0.027	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.025	0.025
Avci	0.030	0.029	0.028	0.028	0.026	0.026	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.024
Papaevangelou	0.030	0.030	0.029	0.028	0.027	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.025	0.025
Brkic I	0.030	0.030	0.028	0.028	0.027	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.025	0.025
Brkic II	0.031	0.030	0.029	0.029	0.027	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.025	0.025
Li	0.031	0.030	0.029	0.029	0.027	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.025	0.025
Fang	0.030	0.030	0.028	0.028	0.027	0.027	0.026	0.026	0.026	0.025	0.025	0.025
Shaikh	0.029	0.028	0.027	0.027	0.026	0.026	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.024
Ghanbari	0.030	0.030	0.029	0.028	0.027	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.025	0.025
Serghides	0.030	0.030	0.028	0.028	0.027	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.025	0.025
Rao	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023
Vantankhah	0.030	0.030	0.028	0.028	0.027	0.027	0.026	0.026	0.026	0.026	0.025	0.025
Blasius	0.027	0.027	0.025	0.024	0.022	0.022	0.020	0.019	0.019	0.019	0.018	0.018
Prandtl I	0.026	0.026	0.024	0.024	0.022	0.021	0.020	0.019	0.019	0.019	0.018	0.018
Prandtl II	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023	0.023

Continuación tabla 5

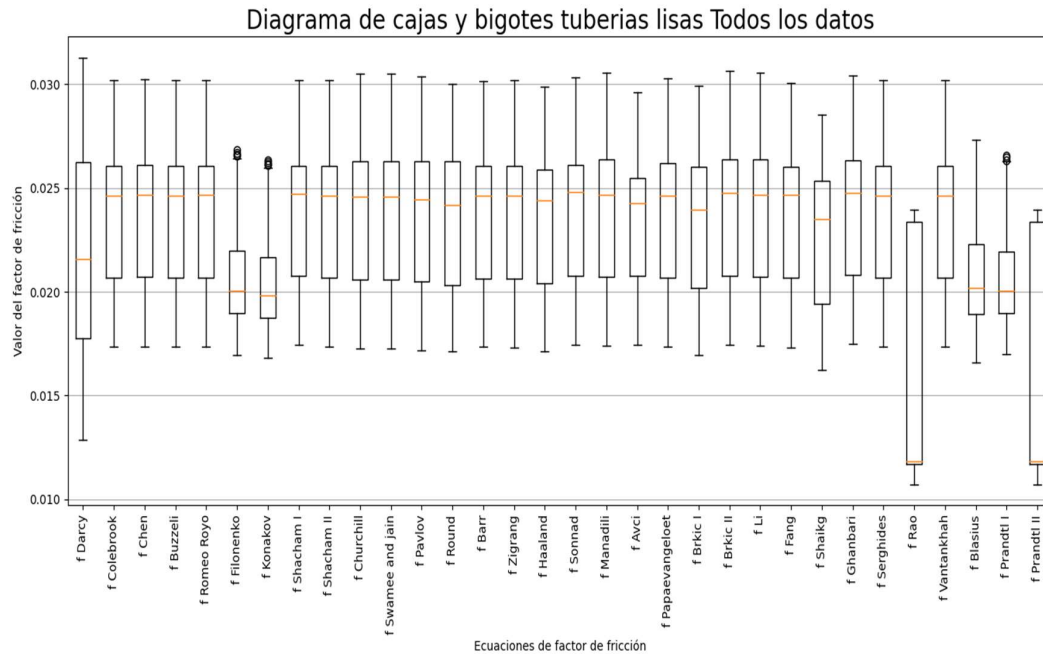
Ecuación	Experimento											
	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
Darcy	0.025	0.017	0.018	0.019	0.018	0.019	0.019	0.020	0.026	0.017	0.018	0.020
Colebrook	0.025	0.020	0.021	0.021	0.021	0.021	0.022	0.022	0.023	0.023	0.025	0.026
Chen	0.025	0.020	0.021	0.021	0.021	0.021	0.022	0.022	0.023	0.023	0.025	0.026
Buzzeli	0.025	0.020	0.021	0.021	0.021	0.021	0.022	0.022	0.023	0.023	0.025	0.026
Romeo Royo	0.025	0.020	0.021	0.021	0.021	0.021	0.022	0.022	0.023	0.023	0.025	0.027
Filonenko	0.017	0.020	0.020	0.021	0.021	0.021	0.021	0.022	0.023	0.023	0.025	0.027
Konakov	0.017	0.020	0.020	0.020	0.020	0.021	0.021	0.022	0.023	0.023	0.024	0.026
Shacham I	0.025	0.020	0.021	0.021	0.021	0.021	0.022	0.022	0.023	0.023	0.025	0.027
Shacham II	0.025	0.020	0.021	0.021	0.021	0.021	0.022	0.022	0.023	0.023	0.025	0.026
Churchill	0.025	0.020	0.020	0.021	0.021	0.021	0.022	0.022	0.023	0.023	0.025	0.026
Swamee and Jain	0.025	0.020	0.020	0.021	0.021	0.021	0.022	0.022	0.023	0.023	0.025	0.026
Pavlov	0.025	0.020	0.020	0.021	0.021	0.021	0.021	0.022	0.023	0.023	0.024	0.026
Round	0.025	0.020	0.020	0.020	0.021	0.021	0.021	0.022	0.023	0.023	0.024	0.026
Barr	0.025	0.020	0.021	0.021	0.021	0.021	0.022	0.022	0.023	0.023	0.025	0.026
Zigrang	0.025	0.020	0.021	0.021	0.021	0.021	0.022	0.022	0.023	0.023	0.025	0.026
Haaland	0.025	0.020	0.020	0.021	0.021	0.021	0.021	0.022	0.023	0.023	0.024	0.026
Sonnad	0.025	0.020	0.021	0.021	0.021	0.021	0.022	0.022	0.023	0.023	0.025	0.027
Manadili	0.025	0.020	0.021	0.021	0.021	0.021	0.022	0.022	0.023	0.023	0.025	0.027
Avci	0.024	0.020	0.021	0.021	0.021	0.021	0.022	0.022	0.023	0.023	0.025	0.027
Papaevangelou	0.025	0.020	0.021	0.021	0.021	0.021	0.022	0.022	0.023	0.023	0.025	0.026
Brkic I	0.025	0.020	0.020	0.020	0.020	0.021	0.021	0.022	0.023	0.022	0.024	0.026
Brkic II	0.025	0.020	0.021	0.021	0.021	0.021	0.022	0.022	0.023	0.023	0.025	0.027
Li	0.025	0.020	0.021	0.021	0.021	0.021	0.022	0.022	0.023	0.023	0.025	0.027
Fang	0.025	0.020	0.021	0.021	0.021	0.021	0.022	0.022	0.023	0.023	0.025	0.027
Shaikh	0.024	0.019	0.019	0.020	0.020	0.020	0.020	0.021	0.022	0.022	0.023	0.025
Ghanbari	0.025	0.020	0.021	0.021	0.021	0.021	0.022	0.022	0.023	0.023	0.025	0.027
Serghides	0.025	0.020	0.021	0.021	0.021	0.021	0.022	0.022	0.023	0.023	0.025	0.026
Rao	0.023	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012
Vantankhah	0.025	0.020	0.021	0.021	0.021	0.021	0.022	0.022	0.023	0.023	0.025	0.026
Blasius	0.017	0.020	0.020	0.021	0.021	0.021	0.022	0.022	0.024	0.023	0.025	0.027
Prandtl I	0.017	0.020	0.020	0.020	0.021	0.021	0.021	0.022	0.023	0.023	0.024	0.026
Prandtl II	0.023	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012

Continuación tabla 5

Ecuación	Experimento										
	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
Darcy	0.014	0.015	0.014	0.014	0.017	0.015	0.023	0.018	0.024	0.020	0.018
Colebrook	0.020	0.021	0.021	0.023	0.025	0.027	0.027	0.024	0.022	0.021	0.020
Chen	0.020	0.021	0.021	0.023	0.025	0.027	0.027	0.024	0.022	0.021	0.020
Buzzeli	0.020	0.021	0.021	0.023	0.025	0.027	0.027	0.024	0.022	0.021	0.020
Romeo Royo	0.020	0.021	0.021	0.023	0.025	0.027	0.027	0.024	0.022	0.021	0.020
Filonenko	0.020	0.021	0.021	0.022	0.025	0.027	0.027	0.024	0.022	0.021	0.020
Konakov	0.020	0.020	0.021	0.022	0.025	0.026	0.026	0.023	0.022	0.021	0.020
Shacham I	0.020	0.021	0.022	0.023	0.025	0.027	0.027	0.024	0.022	0.021	0.020
Shacham II	0.020	0.021	0.021	0.023	0.025	0.027	0.027	0.024	0.022	0.021	0.020
Churchill	0.020	0.021	0.021	0.023	0.025	0.027	0.027	0.024	0.022	0.021	0.020
Swamee and jain	0.020	0.021	0.021	0.023	0.025	0.027	0.027	0.024	0.022	0.021	0.020
Pavlov	0.020	0.021	0.021	0.022	0.025	0.027	0.026	0.024	0.022	0.021	0.020
Round	0.020	0.021	0.021	0.022	0.025	0.026	0.026	0.023	0.022	0.021	0.020
Barr	0.020	0.021	0.021	0.023	0.025	0.027	0.027	0.024	0.022	0.021	0.020
Zigrang	0.020	0.021	0.021	0.023	0.025	0.027	0.027	0.024	0.022	0.021	0.020
Haaland	0.020	0.021	0.021	0.022	0.025	0.027	0.026	0.024	0.022	0.021	0.020
Sonnad	0.020	0.021	0.022	0.023	0.025	0.027	0.027	0.024	0.022	0.021	0.020
Manadili	0.020	0.021	0.021	0.023	0.025	0.027	0.027	0.024	0.022	0.021	0.020
Avci	0.020	0.021	0.022	0.023	0.025	0.027	0.027	0.024	0.022	0.021	0.020
Papaevangelos	0.020	0.021	0.021	0.023	0.025	0.027	0.027	0.024	0.022	0.021	0.020
Brkic I	0.020	0.021	0.021	0.022	0.024	0.026	0.026	0.023	0.022	0.021	0.020
Brkic II	0.020	0.021	0.022	0.023	0.025	0.027	0.027	0.024	0.022	0.021	0.020
Li	0.020	0.021	0.021	0.023	0.025	0.027	0.027	0.024	0.022	0.021	0.020
Fang	0.020	0.021	0.021	0.023	0.025	0.027	0.027	0.024	0.022	0.021	0.020
Shaikg	0.019	0.020	0.020	0.021	0.024	0.026	0.025	0.023	0.021	0.020	0.019
Ghanbari	0.020	0.021	0.022	0.023	0.025	0.027	0.027	0.024	0.022	0.021	0.020
Serghides	0.020	0.021	0.021	0.023	0.025	0.027	0.027	0.024	0.022	0.021	0.020
Rao	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012
Vantankhah	0.020	0.021	0.021	0.023	0.025	0.027	0.027	0.024	0.022	0.021	0.020
Blasius	0.020	0.021	0.021	0.023	0.026	0.027	0.027	0.024	0.022	0.021	0.020
Prandtl I	0.020	0.021	0.021	0.022	0.025	0.027	0.026	0.024	0.022	0.021	0.020
Prandtl II	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012

Fuente: Propia adaptada en Excel

Ilustración 1 Boxplot Todos los datos

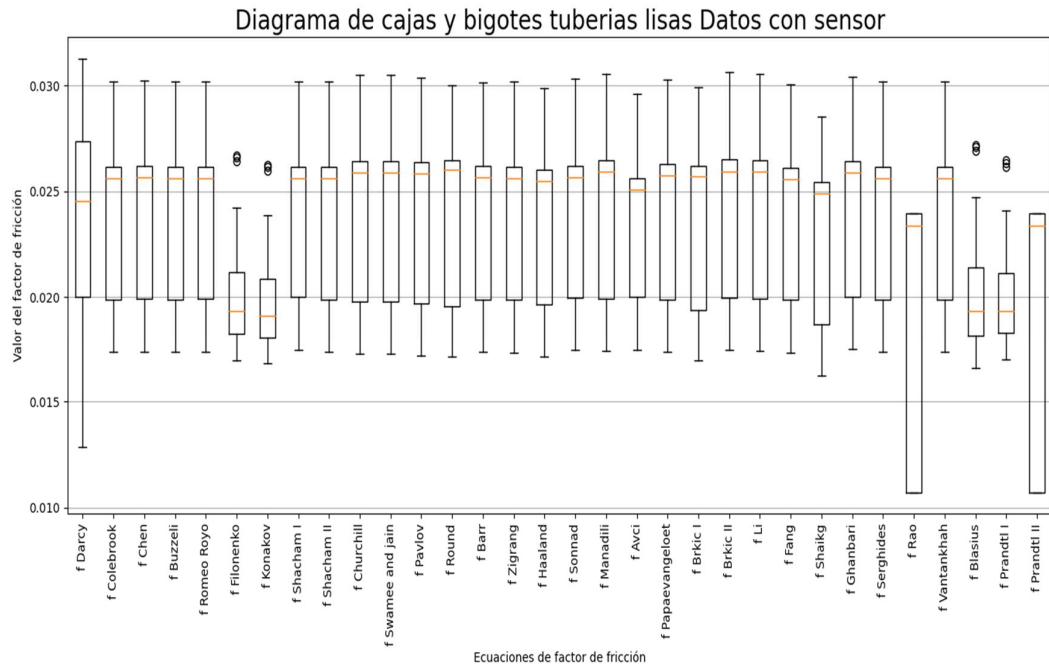


Fuente: Propia adaptada en Excel

Para realizar el análisis de los experimentos capturados con sensores y sin sensores se realizaron las gráficas para estos grupos, la ilustración 2 es la representación gráfica de los resultados vistos en la Tabla 5 de los experimentos 1 al 37 y los experimentos 55 al 59 que hacen referencia los datos de la Tabla 2 y la Tabla 3, para la ilustración 3 se representaron los experimentos 38 al 44 que hacen referencia a los datos de la Tabla 4.

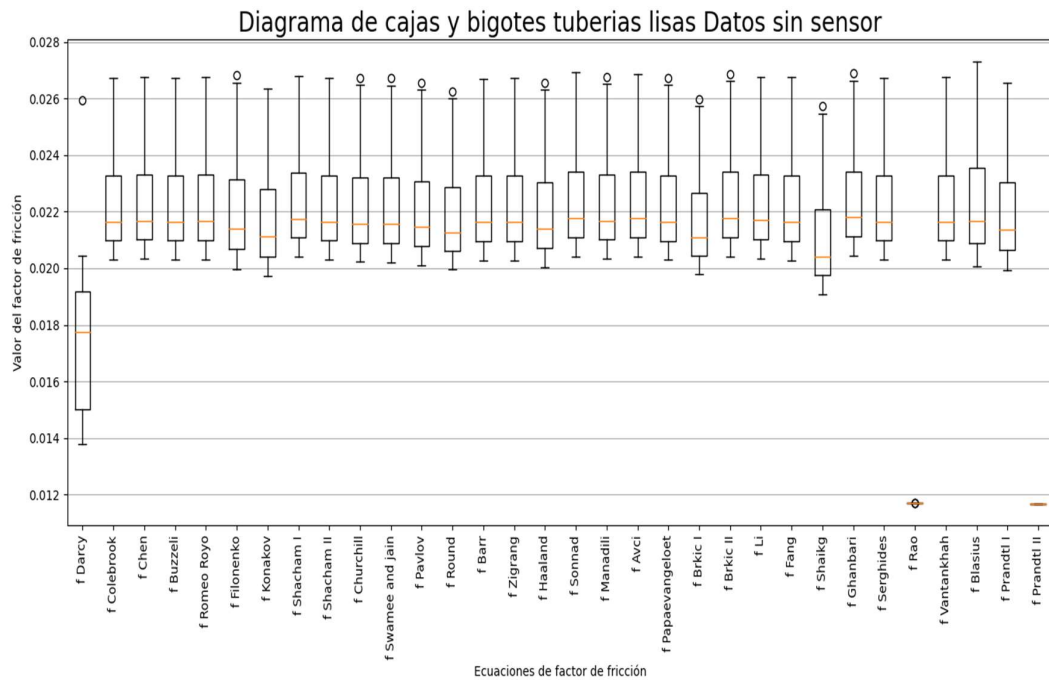
En la ilustración 2 todas las ecuaciones vuelven a tener un rango parecido a excepción de las seis ya analizadas en la ilustración 1, la diferencia se encuentra en la ecuación de Darcy la cual se acopla mejor a los resultados teóricos, a diferencia de los datos obtenidos sin sensor vistos en la ilustración 3, los resultados de la ecuación experimental tienen gran desviación respecto a los teóricos, que a diferencia de las anteriores ilustraciones solo dos ecuaciones son las que varían de forma significativa, las cuatro ecuaciones que no dependen de la rugosidad de la tubería se disminuye su diferencia respecto a las demás, esto es a causa que en este conjunto de datos solo se están analizando tuberías en PVC con un coeficiente de rugosidad bajo a diferencia de los datos con sensor que se encuentran tuberías en acero el cual la rugosidad es más alta. Se debe hacer la observación que no se han obtenido datos de tuberías rugosas lo que solo nos permite analizar el espectro de las tuberías lisas y no poder analizar cómo se comportan las ecuaciones teóricas con valores de coeficientes de rugosidad más altos.

Ilustración 2 Boxplot Datos con sensor



Fuente: Propia adaptada en Excel

Ilustración 3 Boxplot Datos sin sensor



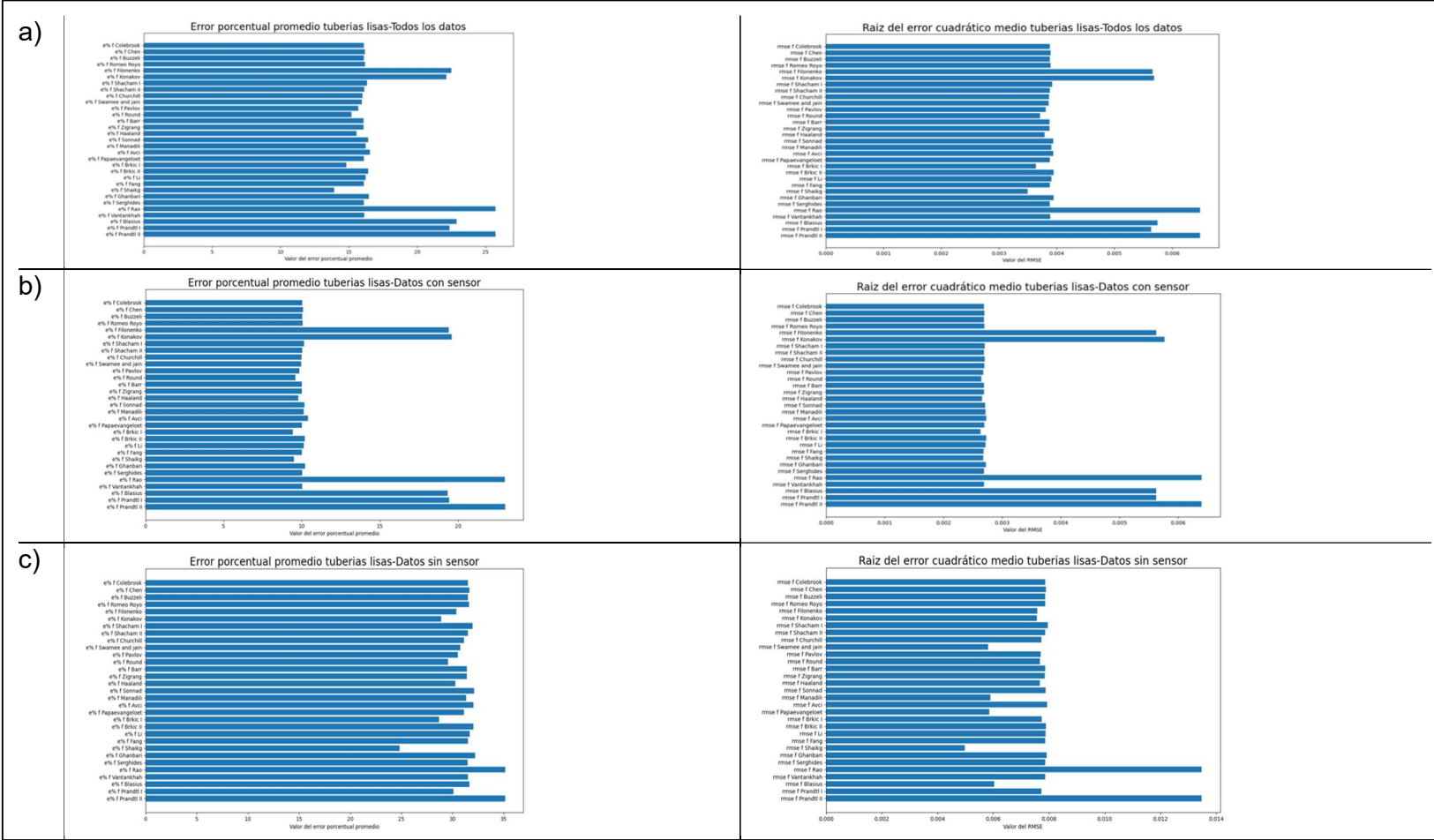
Fuente: Propia adaptada en Excel

En la ilustración 4 se representa gráficamente los resultados obtenidos de las métricas calculadas vistos en los anexos 4, 5 y 6, La ilustración 4 se corrobora las suposiciones de que los laboratorios con sensores generan menos error y los resultados experimentales se acoplan mejor con los teóricos, al generar menos incertidumbres en la toma de datos podemos definir con mayor precisión cual ecuación teórica se aproxima más a predecir el fenómeno de pérdida de energía.

Para escoger la ecuación que menor error genere se observara la gráfica de los datos obtenidos con sensor, cómo las seis ecuaciones descritas antes (Filonenko, Konakov, Blasius, Rao y Prandtl I y II) son las que más error generan y serian consideradas las menos precisas, no se recomiendan usar ya que se ve claramente su desproporción respecto a las demás en todos los grupos de datos, aun estando en tuberías lisas generan grandes errores suponiendo que a mayores rugosidades los errores aumentarían. Aunque se puede ver que la mayoría de las ecuaciones no presentan mayores diferencias en sus errores las ecuaciones de Shaikg, Round, Brkic y Haaland destacan por tener menos error para tuberías lisas y son ecuaciones explícitas lo que permiten la facilidad de resolverlas directamente, cabe resaltar que las ecuaciones de Brkic y Shaikg que son las más precisas fueron publicadas en 2011 y 2015 respectivamente, siendo relativamente nuevas a comparadas con las de Rao y Haaland publicados en el siglo anterior, se muestra un avance el cual con ayuda de la tecnología las ecuaciones pueden mejorar su precisión. Analizando la estructura de estas ecuaciones todas dependen de las mismas variables la rugosidad relativa y el número de Reynolds, al solo tener experimentos con tuberías lisas la rugosidad relativa la variable de la rugosidad relativa no va a generar gran impacto como lo haría en una tubería rugosa, esta limitación no permite ver con claridad como actúan estas ecuaciones en todo el espectro de tuberías y solo aumenta la importancia al parámetro del número de Reynolds. Las constantes en cada ecuación dadas por los autores son las que generan cambios sustanciales en los resultados de las ecuaciones ya que las 4 siguen una misma estructura de ecuación donde encontramos al coeficiente en una raíz y e describe con un logaritmo de una combinación de las variables.

La ecuación de Colebrook-White es la ecuación más conocida para hallar el factor de fricción de Darcy, pero existen una gran variedad de ecuaciones de diferentes autores los cuales son muy poco conocidas, para tuberías lisas las ecuaciones de Round, Brkic I y Shaikg pueden ser una buena opción respecto a la ecuación de Colebrook-White, estas demostraron que pueden predecir el valor experimental de forma más exacta y son de una menor complejidad ya que son ecuaciones explícitas

Ilustración 4 Histograma error porcentual (panel izquierdo) y error cuadrático medio (panel derecho) de a) Todos los datos, b) Datos capturados con sensor y c) Datos capturados de forma análoga



Fuente: Propia adaptada en Excel



## **9. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

### **9.1. Conclusiones**

- De acuerdo con los resultados obtenidos los experimentos capturados con sensores digitales presentan mayor precisión al medir los datos.
- El lenguaje de programación Python es de gran eficiencia para el análisis de datos ya que permite la interacción con Excel y consta de varias bibliotecas que permiten crear un código fácil de leer y con gran eficiencia.
- La ecuación de Shaikg es la ecuación que menor error genera respecto a los datos experimentales para conocer el factor de fricción en tuberías lisas.
- Se observó que el factor de fricción si es dependiente a las variables de la rugosidad relativa y el número de Reynolds, las ecuaciones que no eran función de alguna de estas dos variables presentaban menor precisión respecto a las que sí.
- Gracias al potencial de los computadores para realizar cálculos el cálculo de ecuaciones con gran cantidad de términos o ecuaciones implícitas se demoran en resolver en milisegundos lo que no permite definir que ecuación es más eficiente ya que se vuelve un valor con poca importancia a diferencia de tiempos donde la realización de ecuaciones a mano permitía evaluar que ecuación se podía resolver más rápido agregando un criterio de evaluación para escoger que ecuación usar.

### **9.2. Recomendaciones**

- Para realizar la práctica de pérdidas de energía por fricción en la universidad católica de Colombia se recomienda usar sensores digitales que midan el caudal y las presiones para aumentar la precisión de los experimentos.
- Para poder transferir los resultados de este documento a la sociedad la tesis se publicará en el repositorio de la universidad católica de Colombia para que los estudiantes interesados puedan consultar y revisar dicho documento.

## 10. BIBLIOGRAFÍA

- [1] S. Craig. T, «Henry Darcy (1803–1858): Immortalised by his scientific legacy,» *Hydrogeology Journal*, 2008.
- [2] G. O. Brown, «The History of the Darcy-Weisbach Equation for Pipe Flow Resistance,» *ENVIRONMENTAL AND WATER RESOURCES HISTORY*, pp. 34-43, 2002.
- [3] L. Moody, «Friction Factors for Pipe Flow.,» *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, pp. 671-681, 1944.
- [4] Y. Camaraza Medina, J. Landa García, D. J. López Delgado y García, Ecuación explícita para el cálculo de factores de fricción en la zona de transición del régimen turbulento, Santiago de Cuba: Universidad de Oriente, 2010.
- [5] A. I. Anaya-Durand, I. Guillermo, F. Oliver y A. Víctor, «Evaluación de ecuaciones de factor de fricción explícito para tuberías,» *Universidad Autónoma de México*, 2014.
- [6] J. Chulluncy Centeno y G. Díaz Vivanco, ANÁLISIS Y VALIDACIÓN EXPERIMENTAL DEL FACTOR DE FRICCIÓN USANDO LAS ECUACIONES DE COLEBROOK-WHITE Y BARR EN TUBERÍAS ESTANDARIZADAS, Huancayo, 2019.
- [7] Olivares, Guerra, Alfaro, Notte-cuello y Puentes, «Experimental evaluation of correlations used to calculate friction factor for turbulent flow in cylindrical pipes,» *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, pp. 1-15, 2019.
- [8] E. O. Ladino Moreno, C. A. García Ubaque y M. C. García Vaca, «Darcy-weisbach resistance coefficient determination using newton-raphson approach for android 4.0,» *Tecnura*, pp. 52-58, 2019.
- [9] A. Martín Domingo, Apuntes de Mecánica de Fluidos, 1997.
- [10] V. L. Streeter, Mecánica de fluidos, McGraw-Hill, 2004.
- [11] J. Lemus, Estudio sobre el uso de diferentes ecuaciones de diseño de tuberías a nivel colombiano, Bogotá, D.C.: Universidad de los Andes, 2012.
- [12] F. M. White, Mecánica de fluidos, Silvia Figueras, 2003.

- [13] C. Colebrook, «Turbulent Flow in Pipes, with Particular Reference to the Transition Region between the Smooth and Rough Pipe Laws.,» *Journal of the Institution of Civil Engineers*, pp. 133-156, 1939.
- [14] N. Chen, «An Explicit Equation for Friction Factors in Pipes.,» *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, pp. 296-297, 1979.
- [15] D. Buzzelli, «Calculating Friction in One Step.,» *Machine Design*, pp. 54-55, 2008.
- [16] E. R. C. a. M. A. Romeo, «Improved Explicit Equation for Estimation of the Friction Factor in Rough and Smooth Pipes.,» *Chemical Engineering Journal*, pp. 369-374, 2002.
- [17] G. Filonenko, «Hydraulic Resistance in Pipes,» *Teploenergetika*, pp. 15-21, 1954.
- [18] V. Konakov, «New formula for the friction coefficient of smooth tubes,» *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, pp. 14-24, 1950.
- [19] M. Shacham, «An explicit equation for friction factor in pipe,» *Ind. Eng. Chem. Fundam*, pp. 228-230, 1980.
- [20] S. W. Churchill, «Friction factor equations spans all fluid-flow regimes,» *Chem. Eng.*, p. 91, 1977.
- [21] P. K. Swamee y A. K. Jain, «Explicit equations for pipe-flow problems,» *J. Hydraul. Div.*, p. 657–664, 1976.
- [22] K. F. Pávlov, P. G. Romankov y A. A. Noskov, Problemas y ejemplos para el curso de operaciones básicas y aparatos en tecnología química, 1981.
- [23] G. Round, «An explicit approximation for the friction factor-Reynolds,» *Can. J. Chem. Eng.* 58, pp. 122-123, 1980.
- [24] D. Barr, «Solutions of the Colebrook-White function for resistance to uniform turbulent flow.,» *Proc. Inst. Civ. Eng.*, p. 529–535, 1981.
- [25] D. Zigrang, «Sylvester N.D. Explicit approximations to the solution of Colebrook's friction factor equation.,» *AIChE J.*, p. 514–515, 1982.
- [26] S. Haaland, «Simple and explicit formulas for the friction factor in turbulent pipe flow.,» *J. Fluids Eng.*, pp. 89-90, 1983.
- [27] G. Manadili, «Replace implicit equations with signomial functions.,» *Chemical Engineering*, pp. 129-130, 1997.

- [28] J. Sonnad, «Goudar C.T. Using a mathematically exact alternative to the Colebrook–White equation.,» *J. Hydraul. Eng.*, p. 863–867, 2006.
- [29] A. Avci y I. Karagoz, «A novel explicit equation for friction factor in smooth and rough pipes.,» *J. Fluids Eng.*, 2009.
- [30] G. Papaevangelou, C. Evangelides y C. Tzimopoulos, «A new explicit relation for the Friction coefficient in the Darcy – Weisbach equation.,» *Aristotle University of Thessaloniki, Greece*, 2010.
- [31] D. Brkić, «Review of explicit approximations to the Colebrook relation for flow friction.,» *Journal of Petroleum Science and Engineering* 77, pp. 34-48, 2011.
- [32] L. Pengfei, E. John y L. Yaoyu, «A new explicit equation for accurate friction factor calculation of smooth pipes.,» *PengfeiLiaJohn E.SeembYaoyuLia*, pp. 1535-1541, 2011.
- [33] X. Fang, Y. Xu y Z. Zhou, «New correlations of single-phase friction factor for turbulent pipe flow and evaluation of existing single-phase friction factor correlations.,» *Nuclear Engineering and Design*, pp. 897-902, 2011.
- [34] M. M. Shaikh, S.-u.-R. Massan y A. ImdadWagan, «A new explicit approximation to Colebrook’s friction factor in rough pipes under highly turbulent cases.,» *International Journal of Heat and Mass Transfer*, pp. 538-543, 2015.
- [35] T. Seghides, «Estimate Friction Factor Accurately.,» *Chemical Engineering Journal*, pp. 63-64, 1984.
- [36] A. Ghanbari, F. Farshad y H. Rieke, «Newly Developed Friction Factor Correlation for Pipe Flow and Flow Assurance.,» *Journal of Chemical Engineering and Materials Science*, pp. 83-86, 2010.
- [37] A. R. Rao y B. Kumar, *Friction Factor for Turbulent Pipe Flow*, Bangalore: Civil Engineering Indian Institute of Science, 2007.
- [38] A. Vantankhah y S. Kouchakzadeh, «Discussion of “Turbulent Flow Friction Factor Calculation Using a Mathematically Exact Alternative to Colebrook-White Equation” by Jagadeesh R. Sonnad and Chetan T.,» *Journal of Hydraulic Engineering*, p. 134, 2008.
- [39] I. Escobar Zamora, cálculo numérico y analítico de la ecuaciones de karman-prandtl para la estimación del coeficiente de fricción, Universidad Politécnica de Cartagena, 2014.

- [40] I. Newton, *Methodus fluxionum et serierum infinitorum*, Londres: Henry Woodfall, 1736.
- [41] Galileo, *Carta escrita a la señora Cristina de Lorena, Gran Duquesa de Toscana.*, 1625.

## 11. ANEXOS

### 11.1. ANEXO 1: FORMATO EXCEL PARA DATOS DE ENTRADA

Se creo este formato que permite recopilar los datos de laboratorios para el cálculo del factor de fricción, el código escrito en Python está diseñado automatizar los cálculos solo teniendo los datos de entrada diligenciados en este formato donde cada columna debe tener un valor de tipo número decimal.

Dif presiones (mca)	Dif presiones (mmhg)	Dif presiones (Pa)	Caudal (L/s)	Caudal (m3/s)	Temperatur a (celsius)	Longitud tuberia (m)	Diametro ext tuberia (in)	Diametro ext tuberia (m)	Espes or (m)	Mat erial	Rugosid ad (m)	Conj unto

Fuente: Propia adaptada en Excel

## 11.2. ANEXO 2: CÓDIGO DE PROGRAMACIÓN “ECUACIONES.PY”.

```
# -*- coding: utf-8 -*-
"""
Created on Tue Mar  9 10:48:24 2021

@author: luis Beltran
"""
from math import pi, log10, log, fabs, e
import numpy as np

## Ecuaciones
# Ecuaciones principales

def diametro_int(columna):
    """
    Funcion para el calculo del diametro interno de una tuberia circular.
    :param columna: Toma el valor del diametro externo y el espesor de la tuberia obtenido del dato
    :return: diametroint: Es el diametro interno en "m" de la tuberia circular.
    """
    diametroint = columna["Diametro ext tuberia (m)"]-columna["Espesor (m)"]*2
    return diametroint

def area(columna):
    """
    Funcion para el calculo del area transversal de una tuberia circular.
    :param columna: Toma el valor del diametro de la tuberia obtenido del dataframe inicial.
    :return: area: Es el area transversal en "m" de la tuberia circular.
    """
    area = columna["Diametro int tuberia (m)"]**2*pi/4
    return area

def velocidad(columna):
    """
    Funcion para el calculo de la velocidad promedio de un fluido.
    :param columna: Toma el valor del caudal y el area obtenido del dataframe inicial.
    :return: velocidad: Es la velocidad promedio en "m/s".
    """
    velocidad= columna["Caudal (m3/s)"]/columna["Area (m2)"]
    return velocidad

def rugosidad_relativa(columna):
    """
    Funcion para el calculo de la rugosidad relativa de la tuberia.
    :param columna: Toma el valor de la rugosidad y el diametro obtenido del dataframe inicial.
    :return: Ks: Es la velocidad promedio en "m/s".
    """
    Ks=(columna["Rugosidad (m)"]/columna["Diametro int tuberia (m)"])
    return Ks

def viscosidad(T):
    """
    Funcion para el calculo de la viscosidad cinematica del fluido.
    :param T: Toma el valor de la temperatura obtenido del dataframe inicial.
    :return: viscosidad: Es la viscosidad cinematica en "m2/s".
    """
    viscosidad = (1.7754 - 0.0548*T + 0.001*T**2 -9*10**-6*T**3+3*10**-8*T**4)*10**-6
    return viscosidad
```

```

def densidad (T):
    """
    Funcion para el calculo de la densidad del fluido.
    :param T: Toma el valor de la temperatura obtenido del dataframe inicial.
    :return: densidad: Es la densidad en "kg/m3".
    """
    densidad = 1000.1+0.0209*T-0.006*T**2+2*10**-5*T**3
    return densidad

def reynolds(columna):
    """
    Funcion para el calculo del numero de Reynolds.
    :param columna: Toma el valor de la velocidad, el diametro y
                    la viscosidad obtenido del dataframe inicial.
    :return: Re: Es el numero de Reynolds adimensional.
    """
    Re = columna["Velocidad (m/s)"]*columna["Diametro int tuberia (m)"]/columna["Viscosidad (m2/s)"]
    return Re

def flujo(columna):
    """
    Funcion para caracterizar el tipo de flujo.
    :param columna: Toma el valor del numero de Reynolds obtenido del dataframe inicial.
    :return: flujo: Es el tipo de flujo variable tipo (str).
    """
    if (columna["Reynolds"] < 2000):
        flujo = "Flujo laminar"
    if (2000 < columna["Reynolds"] < 4000):
        flujo = "Flujo de transicion"
    else:
        if (columna["Rugosidad (m)"]<=(19.5*columna["Diametro int tuberia (m)"]/
            columna["Reynolds"]**(7/8))):
            flujo = "Flujo turbulento liso"
        elif (columna["Rugosidad (m)"]>=(560*columna["Diametro int tuberia (m)"]/
            columna["Reynolds"])):
            flujo = "Flujo turbulento rugoso"
        else:
            flujo = "Flujo turbulento liso"
    return flujo

#=====
# Ecuaciones para calcular el factor de friccion.

def darcy(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion experimental de Darcy.
    :param columna: Toma el valor de la diferencia de presiones, la densidad,la velocidad,
                    el diametro y la longitud de la tuberia, tomadas del dataframe inicial.
    :return: fD: Es el factor de friccion de Darcy-Weisbach adimensional.
    """
    fD = ((columna["Dif presiones (Pa)"]/(columna["Densidad (kg/m3)"]*9.81))*
        (columna["Diametro int tuberia (m)"]/columna["Longitud tuberia (m)"])*
        (9.81*2/columna["Velocidad (m/s)"]**2))
    return fD

```



```

def colebrook(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion de Colebrook-White con
    el metodo de Newton-Raphson y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
    :param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
                    tomadas del dataframe inicial.
    :return: fc: Es el factor de friccion de Colebrook-White adimensional.
    """
    if (columna["Reynolds"]<3500/columna["Rugosidad relativa"]):
        f1 = 0.0015
        error=0.0000001
        x = 1/(f1)**(1/2)
        f = -2*log10(columna["Rugosidad relativa"])/3.7+2.51*x/columna["Reynolds"])
        df = (-2/log(10))*(2.51/columna["Reynolds"])/(columna["Rugosidad relativa"]/3.7+
        2.51*x/columna["Reynolds"]))
        x2 = x-(f-x)/(df-1)
        presicion=fabs(x-x2)
        while presicion > error:
            x = x2
            f = -2*log10(columna["Rugosidad relativa"])/3.7+2.51*x/columna["Reynolds"])
            df = (-2/log(10))*(2.51/columna["Reynolds"])/(columna["Rugosidad relativa"]/3.7+
            2.51*x/columna["Reynolds"]))
            x2 = x-(f-x)/(df-1)
            presicion=fabs(x-x2)
        fc = 1/x2**2
    else:
        fc = (np.nan)
    return fc

def chen(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion de Chen
    y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
    :param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
                    tomadas del dataframe inicial.
    :return: fch: Es el factor de friccion de Chen adimensional.
    """
    if (4*10**3<columna["Reynolds"]<1*10**8 and 1*10**-6<columna["Rugosidad relativa"]<0.05):
        fch = (1/(-2*log10(((columna["Rugosidad relativa"])/(3.7165))-5.0452/
        columna["Reynolds"]*log10(1/2.8257*(columna["Rugosidad relativa"])**1.1098+5.8506/
        columna["Reynolds"]**0.8981))))**2
    else:
        fch = (np.nan)
    return fch

def buzzeli(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion de Buzzeli
    y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
    :param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
                    tomadas del dataframe inicial.
    :return: fb: Es el factor de friccion de Buzzeli adimensional.
    """
    if (3*10**3<columna["Reynolds"]<3*10**8 and 0<columna["Rugosidad relativa"]<0.05):
        A = (0.774*log(columna["Reynolds"])-1.41)/(1+1.32*(columna["Rugosidad relativa"])**(1/2))
        B = ((columna["Rugosidad (m)"]*columna["Reynolds"])/(3.7*columna["Diametro int tuberia (m)"]
        2.51*A)

```

```

        fb = (1/(A-((A+2*log10(B/columna["Reynolds"]))/(1+(2.18/B))))**2
    else:
        fb = (np.nan)
    return fb

def romeo_royo(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion de Romeo Royo and Monzón
    y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
    :param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds tomadas
                    del dataframe inicial.
    :return: fr: Es el factor de friccion de Romeo Royo and Monzón adimensional.
    """
    if (3*10**3<columna["Reynolds"]<3*10**8 and 0<columna["Rugosidad relativa"]<0.05):
        fr = (1/(-2*log10(((columna["Rugosidad relativa"])/3.7065)-5.0271/columna["Reynolds"])*
            log10(((columna["Rugosidad relativa"])/3.827-4.567/columna["Reynolds"])*
            log10(((columna["Rugosidad relativa"])/7.7918)**0.9924+
            (5.3326/(208.815+columna["Reynolds"])**0.9345))))**2
    else:
        fr = (np.nan)
    return fr

def filonenko(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion de Filonenko
    y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
    :param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
                    tomadas del dataframe inicial.
    :return: ff: Es el factor de friccion de Filonenko adimensional.
    """
    if (4*10**3<columna["Reynolds"]<1*10**8 and columna["Tipo de flujo"]=="Flujo turbulento liso"):
        ff = (1.82*log10(columna["Reynolds"])-1.64)**-2
    else:
        ff = (np.nan)
    return ff

def konakov(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion de Konakov
    y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
    :param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
                    tomadas del dataframe inicial.
    :return: fk: Es el factor de friccion de Konakov adimensional.
    """
    if (4*10**3<columna["Reynolds"]<1*10**8 and columna["Tipo de flujo"]=="Flujo turbulento liso"):
        fk = (1.8*log10(columna["Reynolds"])-1.5)**-2
    else:
        fk = (np.nan)
    return fk

def shacham1(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion de Shacham I
    y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
    :param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds tomadas
                    del dataframe inicial.
    :return: fs: Es el factor de friccion de Shacham I adimensional.

```

```

"""
if (4*10**3<columna["Reynolds"]<1*10**8 and 1*10**-6<columna["Rugosidad relativa"]<0.05):
    fs = (-2*log10(columna["Rugosidad relativa"])/3.7-5.02/columna["Reynolds"]*
          log10(columna["Rugosidad relativa"])/3.7+14.5/columna["Reynolds"]))**2
else:
    fs = (np.nan)
return fs

def shacham2(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion de Shacham II
    y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
    :param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
                    tomadas del dataframe inicial.
    :return: fs: Es el factor de friccion de Shacham II adimensional.
    """
    if (4*10**3<columna["Reynolds"]<1*10**8 and 1*10**-6<columna["Rugosidad relativa"]<0.05):
        x = (columna["Rugosidad relativa"])/3.7-5.02/columna["Reynolds"]*
            log10(columna["Rugosidad relativa"])/3.7+14.5/columna["Reynolds"])
        fs = ((x*(1-log(x))-columna["Rugosidad relativa"])/3.7)/(1.15129*x+2.51/columna["Reynolds"])
    else:
        fs = (np.nan)
    return fs

def churchill(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion de Churchill
    y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
    :param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
                    tomadas del dataframe inicial.
    :return: fc: Es el factor de friccion de Churchill adimensional.
    """
    if (4*10**3<columna["Reynolds"]<1*10**8 and 1*10**-6<columna["Rugosidad relativa"]<0.05):
        A = (2.457*log(1/((7/columna["Reynolds"])**0.9+0.27*columna["Rugosidad relativa"])))**16
        B = (37.530/columna["Reynolds"])**16
        fc = 8*((8/columna["Reynolds"])**12+(A+B)**(-3/2))**(1/12)
    else:
        fc = (np.nan)
    return fc

def swamee_jain(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion de Swamee and Jain
    y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
    :param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
                    tomadas del dataframe inicial.
    :return: fs: Es el factor de friccion de Swamee and Jain adimensional.
    """
    if (5*10**3<columna["Reynolds"]<1*10**8 and 1*10**-6<columna["Rugosidad relativa"]<0.05):
        fs = (-2*log10(columna["Rugosidad relativa"])/3.7+5.74/(columna["Reynolds"])**0.9))**2
    else:
        fs = (np.nan)
    return fs

def pavlov(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion de Pavlov

```

```

y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
:param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
                 tomadas del dataframe inicial.
:return: fp: Es el factor de friccion de Pavlov adimensional.
"""
if (4*10**3<columna["Reynolds"]<1*10**8):
    fp = (-2*log10(columna["Rugosidad relativa"])/3.7+(6.81/columna["Reynolds"])**0.9)**-2
else:
    fp = (np.nan)
return fp

def round_(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion de Round
    y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
    :param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
                    tomadas del dataframe inicial.
    :return: fr: Es el factor de friccion de Round adimensional.
    """
    if (4*10**3<columna["Reynolds"]<1*10**8 and 1*10**-7<columna["Rugosidad relativa"]<0.05):
        fr = (1.8*log10(columna["Reynolds"])/(0.135*columna["Reynolds"]*
            columna["Rugosidad relativa"]+6.5))**2
    else:
        fr = (np.nan)
    return fr

def barr(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion de Barr
    y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
    :param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
                    tomadas del dataframe inicial.
    :return: fb: Es el factor de friccion de Barr adimensional.
    """
    if (2300<columna["Reynolds"]<1*10**8 and 0<columna["Rugosidad relativa"]<0.05):
        fb = (-2*log10(columna["Rugosidad relativa"])/3.7+(4.518*log10(columna["Reynolds"])/7))/
            (columna["Reynolds"]*(1+1/29*columna["Reynolds"]**0.52*
            (columna["Rugosidad relativa"]**0.7))))**2
    else:
        fb = (np.nan)
    return fb

def zigrang(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion de Zigrang - Sylvester
    y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
    :param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
                    tomadas del dataframe inicial.
    :return: fz: Es el factor de friccion de Zigrang - Sylvester adimensional.
    """
    if (4*10**3<columna["Reynolds"]<1*10**8 and 4*10**-5<columna["Rugosidad relativa"]<0.05):
        fz = (-2*log10(columna["Rugosidad relativa"])/3.7-5.02/columna["Reynolds"]*
            log10(columna["Rugosidad relativa"])/3.7-5.02/columna["Reynolds"]*
            log10(columna["Rugosidad relativa"]/3.7+13/columna["Reynolds"])))**2
    else:
        fz = (np.nan)
    return fz

```

6



```

def haaland(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion de Haaland
    y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
    :param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
                    tomadas del dataframe inicial.
    :return: fh: Es el factor de friccion de Haaland adimensional.
    """
    if (4*10**3<columna["Reynolds"]<1*10**8 and 1*10**-6<columna["Rugosidad relativa"]<0.05):
        fh = (-1.8*log10((columna["Rugosidad relativa"]/3.7)**1.11+6.9/columna["Reynolds"])))**2
    else:
        fh = (np.nan)
    return fh

def manadili(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion de Manadili
    y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
    :param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
                    tomadas del dataframe inicial.
    :return: fm: Es el factor de friccion de Manadili adimensional.
    """
    if (5235<columna["Reynolds"]<1*10**8):
        fm = (-2*log10(columna["Rugosidad relativa"]/3.7+95/columna["Reynolds"]**0.983-96.82/
            columna["Reynolds"])))**2
    else:
        fm = (np.nan)
    return fm

def sonnad(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion de Sonnad and Goudar
    y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
    :param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
                    tomadas del dataframe inicial.
    :return: fs: Es el factor de friccion de Sonnad and Goudar adimensional.
    """
    if (4*10**3<columna["Reynolds"]<1*10**8 and 1*10**-6<columna["Rugosidad relativa"]<0.05):
        G = 0.124*columna["Reynolds"]*columna["Rugosidad relativa"]+log(0.4587*columna["Reynolds"]);
        fs = (0.8686*log(0.4587*columna["Reynolds"]/(G**(G/(G+1)))))**2
    else:
        fs = (np.nan)
    return fs

def avci(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion de Avci and Karagoz
    y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
    :param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
                    tomadas del dataframe inicial.
    :return: fa: Es el factor de friccion de Avci and Karagoz adimensional.
    """
    if (2300<columna["Reynolds"]<1*10**8 and 0<columna["Rugosidad relativa"]<0.05):
        fa = 6.4/(log(columna["Reynolds"])-log(1+0.01*columna["Reynolds"]*(columna["Rugosidad relati
            (1+10*(columna["Rugosidad relativa"]**(1/2)))))**2.4
    else:

```

```

        fa = (np.nan)
    return fa

def papaevangelouet(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion de Papaevangelou
    y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
    :param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
                    tomadas del dataframe incial.
    :return: fp: Es el factor de friccion de Papaevangelou adimensional.
    """
    if (1*10**4<columna["Reynolds"]<1*10**7 and 1*10**-5<columna["Rugosidad relativa"]<0.005):
        fp = ((0.2479-0.0000947*(7-log10(columna["Reynolds"])))**4)/
              (log10(columna["Rugosidad relativa"])/3.615+7.366/columna["Reynolds"]**0.9142))**2)
    else:
        fp = (np.nan)
    return fp

def brkic1(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion de Brkic I
    y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
    :param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
                    tomadas del dataframe incial.
    :return: fb: Es el factor de friccion de Brkic I adimensional.
    """
    if (2300<columna["Reynolds"]<1*10**8 and 0<columna["Rugosidad relativa"]<0.05):
        B = log(columna["Reynolds"])/(1.816*log(1.1*columna["Reynolds"])/log(1+1.1*columna["Reynolds"]
        fb = (-2*log10(10**(-0.4343*B)+columna["Rugosidad relativa"]/3.71))**-2
    else:
        fb = (np.nan)
    return fb

def brkic2(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion de Brkic II
    y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
    :param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
                    tomadas del dataframe incial.
    :return: fb: Es el factor de friccion de Brkic II adimensional.
    """
    if (2300<columna["Reynolds"]<1*10**8 and 0<columna["Rugosidad relativa"]<0.05):
        B = log(columna["Reynolds"])/(1.816*log(1.1*columna["Reynolds"])/log(1+1.1*columna["Reynolds"]
        fb = (-2*log10(2.18*B/columna["Reynolds"]+columna["Rugosidad relativa"]/3.71))**-2
    else:
        fb = (np.nan)
    return fb

def li(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion de Pengfei Li
    y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
    :param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
                    tomadas del dataframe incial.
    :return: fl: Es el factor de friccion de Pengfei Li adimensional.

```

```

"""
f1 = (-2*log10(1.2563/(columna["Reynolds"]*(-0.0015702/log(columna["Reynolds"])+0.39442031/
log(columna["Reynolds"])**2+2.5341533/log(columna["Reynolds"])**3)**(1/2))+
columna["Rugosidad relativa"]/3.71))**-2
return f1

def fang(columna):
"""
Funcion para el calculo del factor de friccion de fang
y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
:param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds tomadas del data:
:return: ff: Es el factor de friccion de fang adimensional.
"""
if (3*10**3<columna["Reynolds"]<1*10**8 and 0<columna["Rugosidad relativa"]<0.05):
    ff = 1.613*(log(0.234*columna["Rugosidad relativa"]**1.1007-60.525/
columna["Reynolds"]**1.1105+56.291/columna["Reynolds"]**1.0712))**-2
else:
    ff = (np.nan)
return ff

def shaikg(columna):
"""
Funcion para el calculo del factor de friccion de Shaikg
y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
:param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
tomadas del dataframe incial.
:return: fs: Es el factor de friccion de Shaikg adimensional.
"""
if (1*10**4<columna["Reynolds"]<1*10**8 and 1*10**-6<columna["Rugosidad relativa"]<0.05):
    fs = 0.25*(log10(2.51/(columna["Reynolds"]*
(1.14-2*log10(columna["Rugosidad relativa"])))**-0.75)+
columna["Rugosidad relativa"]/3.71))**-2
else:
    fs = (np.nan)
return fs

def serghides(columna):
"""
Funcion para el calculo del factor de friccion de Serghides
y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
:param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
tomadas del dataframe incial.
:return: fs: Es el factor de friccion de Serghides adimensional.
"""
if (2.3*10**3<columna["Reynolds"]<1*10**8 and 1*10**-6<columna["Rugosidad relativa"]<0.05):
    s1 = -2*log10(columna["Rugosidad relativa"]/3.7+12/columna["Reynolds"])
    s2 = -2*log10(columna["Rugosidad relativa"]/3.7+2.51*s1/columna["Reynolds"])
    s3 = -2*log10(columna["Rugosidad relativa"]/3.7+2.51*s2/columna["Reynolds"])
    fs = (s1-(s2-s1)**2/(s3-2*s2+s1))**-2
else:
    fs = (np.nan)
return fs

def ghanbari(columna):
"""
Funcion para el calculo del factor de friccion de Ghanbari
y usando un condicional segun su rango de aplicacion.

```

```

:param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
                 tomadas del dataframe inicial.
:return: fg: Es el factor de friccion de Ganbari adimensional.
"""
if (2.3*10**3<columna["Reynolds"]<1*10**8 and 0<columna["Rugosidad relativa"]<0.05):
    fg = (-1.52*log10((columna["Rugosidad relativa"]/7.21)**1.042+
    (2.731/columna["Reynolds"])**0.9152))**-2.169
else:
    fg = (np.nan)
return fg

def rao(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion de Rao and Kumar
    y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
    :param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
                    tomadas del dataframe inicial.
    :return: fr: Es el factor de friccion de Rao and Kumar adimensional.
    """
    if (2.3*10**3<columna["Reynolds"]<1*10**8 and 0<columna["Rugosidad relativa"]<0.05):
        B = 1-0.55*e**(-0.33*(log(columna["Reynolds"]/6.5))**2)
        fr = (2*log10((columna["Diametro int tuberia (m)"]/(2*columna["Rugosidad (m)"])/
        ((0.444+0.135*columna["Reynolds"])/columna["Reynolds"])*B))**2
    else:
        fr = (np.nan)
    return fr

def vantankhah(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion de Vantankhah and Kouchakzadeh
    y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
    :param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
                    tomadas del dataframe inicial.
    :return: fv: Es el factor de friccion de Vantankhah and Kouchakzadeh adimensional.
    """
    if (4*10**3<columna["Reynolds"]<1*10**8 and 1*10**-6<columna["Rugosidad relativa"]<0.05):
        G = 0.124*columna["Reynolds"]*columna["Rugosidad relativa"]+log(0.4587*columna["Reynolds"]);
        fv = (0.8686*log(0.4587*columna["Reynolds"])/(G-0.31)**(G/(G+0.9633))))**-2
    else:
        fv = (np.nan)
    return fv

def blasius(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion de Blasius
    y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
    :param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
                    tomadas del dataframe inicial.
    :return: fg: Es el factor de friccion de Blasius adimensional.
    """
    if (columna["Reynolds"]>10000 and columna["Tipo de flujo"]=="Flujo turbulento liso"):
        fb = 0.3164*columna["Reynolds"]**-0.25
    else:
        fb = (np.nan)
    return fb

def prandtl1(columna):

```

10



```

"""
Funcion para el calculo del factor de friccion de Prandtl and Vond karman I
y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
:param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
tomadas del dataframe incial.
:return: fp: Es el factor de friccion de Prandtl and Vond karman I adimensional.
"""
if (columna["Reynolds"]>10**3 and columna["Tipo de flujo"]=="Flujo turbulento liso"):
    f1 = 0.001
    error=0.000001
    x = 1/(f1)**(1/2)
    f = 2*log10(columna["Reynolds"]*x**-1)-0.8
    df = (2/log(10))*((columna["Reynolds"]*-1*x**-2)/(columna["Reynolds"]*x**-1))
    x2 = x-(f-x)/(df-1)
    presicion=fabs(x-x2)
    while presicion > error:
        x=x2
        f=(2*log10(columna["Reynolds"]*(x**-1))-0.8)
        df=(2/log(10))*((columna["Reynolds"]*-1*x**-2)/(columna["Reynolds"]*x**-1))
        x2=x-(f-x)/(df-1)
        presicion=fabs(x-x2)
        fp=1/x2**2
    else:
        fp =(np.nan)
    return fp

def prandtl2(columna):
    """
    Funcion para el calculo del factor de friccion de Prandtl and Vond karman II
    y usando un condicional segun su rango de aplicacion.
    :param columna: Toma el valor de la rugosidad relativa y el numero de Reynolds
    tomadas del dataframe incial.
    :return: fp: Es el factor de friccion de Prandtl and Vond karman II adimensional.
    """
    if (columna["Reynolds"]<3500/columna["Rugosidad relativa"]):
        fp = (2*log10((2*columna["Rugosidad relativa"])**-1)+1.74)**-2
    else:
        fp = (np.nan)
    return fp

#=====
#Ecuaciones para el calculo del error porcentual entre las ecuaciones teoricas y la ecuacion de Dai
"""
Funciones para el calculo del error porcentual
:param columna: Toma el valor del factor de friccion de Darcy calculado y cada valor
de las ecuaciones teoricas tomadas del dataframe incial.
:return: error: Es el error porcentual.
"""

def e_colebrook(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Colebrook"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_chen(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Chen"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

```

```

def e_buzzeli(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Buzzeli"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_romeo_royo(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Romeo Royo"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_filonenko(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Filonenko"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_altshul1(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Altshul I"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_altshul2(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Altshul II"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_konakov(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Konakov"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_shacham1(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Shacham I"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_shacham2(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Shacham II"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_churchill(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Churchill"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_swamee_jain(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Swamee and jain"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_pavlov(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Pavlov"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_round_(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Round"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_round_2(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Round II"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_barr(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Barr"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

```

```

def e_zigrang(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Zigrang"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_haaland(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Haaland"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_manadili(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Manadili"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_sonnad(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Sonnad"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_avci(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Avci"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_saeed(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Saeed"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_papaevangeloet(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Papaevangeloet"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_brkic1(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Brkic I"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_brkic2(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Brkic II"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_li(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Li"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_fang(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Fang"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_shaikg(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Shaikg"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_serghides(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Serghides"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_ghanbari(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Ghanbari"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_rao(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Rao"])/columna["f Darcy"]*100

```

13

```

        return error

def e_vantankhah(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Vantankhah"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_blasius(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Blasius"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_prandtl1(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Prandtl I"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

def e_prandtl2(columna):
    error=fabs(columna["f Darcy"]-columna["f Prandtl II"])/columna["f Darcy"]*100
    return error

```

### 11.3. ANEXO 3: CÓDIGO DE PROGRAMACIÓN “DATAFRAME.PY”.

```
# -*- coding: utf-8 -*-
"""
Created on Mon Mar  8 17:29:26 2021

@author: Luis Beltran
"""

import pandas as pd
from time import time
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from sklearn.metrics import mean_squared_error
from Ecuacion import (diametro_int,area,velocidad,rugosidad_relativa,viscosidad,
                      densidad,reynolds,flujo,darcy,colebrook,chen,buzzeli,
                      romeo_royo,filonenko,konakov,
                      shacham1,shacham2,swamee_jain,pavlov,
                      round_,barr,haaland,sonnad,manadili,avci,zigrang,
                      papaevangeloet,brkic1,brkic2,li,fang,shaikg,ghanbari,
                      serghides,rao,vantankhah,churchill,blasius,prandtl1,prandtl2)
from Ecuacion import (e_colebrook,e_chen,e_buzzeli,e_romeo_royo,e_filonenko,e_konakov,
                      e_shacham1,e_shacham2,e_swamee_jain,e_pavlov,
                      e_round_,e_barr,e_haaland,e_sonnad,e_manadili,e_avci,e_zigrang,
                      e_papaevangeloet,e_brkic1,e_brkic2,e_li,e_fang,e_shaikg,e_ghanbari,
                      e_serghides,e_rao,e_vantankhah,e_churchill,e_blasius,e_prandtl1,e_prandtl2)

## Cargar Data frame de excel

excel = "Laboratorios.xlsx"
laboratorios=["Todos los datos","Datos recopilados 1","Datos recopilados 2",
              "Datos recopilados 3","Datos con sensor","Datos sin sensor"]

hoja=laboratorios[5]#Escojer la hoja a resolver

df = pd.read_excel(excel,hoja)

ini = time() # inicio de calculo de tiempo
#=====
# Listas de los nombres de las columnas de resultados del dataframe final.

factores=["f Darcy","f Colebrook","f Chen","f Buzzeli","f Romeo Royo","f Filonenko",
          "f Konakov","f Shacham I","f Shacham II",
          "f Churchill","f Swamee and jain","f Pavlov",
          "f Round","f Barr","f Zigrang","f Haaland","f Sonnad",
          "f Manadili","f Avci","f Papaevangeloet","f Brkic I","f Brkic II",
          "f Li","f Fang","f Shaikg","f Ghanbari","f Serghides","f Rao","f Vantankhah",
          "f Blasius","f Prandtl I","f Prandtl II"]

e="e% "
r="rmse "
n="nrmse% "
error=[]
rmse=[]
nrmse=[]
for i in range(1,len(factores)):
    error.append(e+factores[i])
    rmse.append(r+factores[i])
```



```

nrmse.append(n+factores[i])
#Listas de las funciones del script ecuaciones.

eccf=[darcy,colebrook,chen,buzzeli,
      romeo_royo,filonenko,konakov,
      shacham1,shacham2,churchill,swamee_jain,pavlov,
      round_,barr,zigrang,haaland,sonnad,manadili,avci,
      papaevangeloet,brkic1,brkic2,li,fang,shaikg,ghanbari,
      serghides,rao,vantankhah,blasius,prandtl1,prandtl2]
ecce=[e_colebrook,e_chen,e_buzzeli,e_romeo_royo,e_filonenko,e_konakov,
      e_shacham1,e_shacham2,e_churchill,e_swamee_jain,e_pavlov,
      e_round_,e_barr,e_zigrang,e_haaland,e_sonnad,e_manadili,e_avci,
      e_papaevangeloet,e_brkic1,e_brkic2,e_li,e_fang,e_shaikg,e_ghanbari,
      e_serghides,e_rao,e_vantankhah,e_blasius,e_prandtl1,e_prandtl2]

#=====

# Agregar columnas de calculos al dataframe final con las ecuaciones principales.

df["Diametro int tuberia (m)"] = df.apply(diametro_int, axis=1)

df["Area (m2)"] = df.apply(area, axis=1)

df["Velocidad (m/s)"] = df.apply(velocidad, axis=1)

df["Rugosidad relativa"] = df.apply(rugosidad_relativa, axis=1)

df["Viscosidad (m2/s)"]=df["Temperatura (celsius)"].apply(viscosidad)

df["Densidad (kg/m3)"]=df["Temperatura (celsius)"].apply(densidad)

df["Reynolds"] = df.apply(reynolds, axis=1)

df["Tipo de flujo"]=df.apply(flujo,axis=1)

#=====

# Agregar columnas de los factores de friccion al dataframe final.

num=len(factores)
for i in (range(0,num)):
    df[factores[i]] = df.apply(eccf[i], axis=1)

#=====

#Agregar columnas de los errores porcentuales de los factores de friccion vs el factor de darcy

num2=len(error)
for i in (range(0,num2)):
    df[error[i]] = df.apply(ecce[i], axis=1)

#=====

df1=df[df["Tipo de flujo"]=="Flujo turbulento rugoso"]

df2=df[df["Tipo de flujo"]=="Flujo turbulento liso"]

```

```

#Dataframes solo con los resultados de los factores de friccion.

df1_f=df1[factores]
df2_f=df2[factores]

#Dataframes solo con los resultados de errores porcentuales de las ecuaciones.

df1_e=df1[error]
df2_e=df2[error]
df1_ep=df2[error].mean()
df2_ep=df1_ep.to_numpy().tolist()

#Breve descripcion estadisitica de los dataframes de resultados.
df1_d=df1_f.describe()
df2_d=df2_f.describe()
df1_de=df1_e.describe()
df2_de=df2_e.describe()

#=====
#rmse rugosas

# df_rmse1=df1.fillna(value=10)
# rmse_list1=[]
# for r in (range(1,num)):
#     realVals=df_rmse1["f Darcy"]
#     predictedVals=df_rmse1[factores[r]]
#     rmse_=mean_squared_error(realVals,predictedVals, squared=False)
#     rmse_list1.append(rmse_)

# for f in range(len(rmse_list1)):
#     if rmse_list1[f]>1:
#         rmse_list1[f]=0

# df_re1=pd.DataFrame(columns=rmse,index=[0])
# df_re1.iloc[0]=rmse_list1

#rmse lisas

rmse_list2=[]
for r in (range(1,num)):
    df_rmse2=df2_f.iloc[:,[0,r]]
    df_rmse3=df_rmse2.dropna()
    realVals=df_rmse3["f Darcy"]
    predictedVals=df_rmse3[factores[r]]
    rmse_=mean_squared_error(realVals,predictedVals, squared=False)
    rmse_list2.append(rmse_)

for f in range(len(rmse_list2)):
    if rmse_list2[f]>1:
        rmse_list2[f]=0

df_re2=pd.DataFrame(columns=rmse,index=[0])
df_re2.iloc[0]=rmse_list2

```

```

#nrmse lisas

nrmse_list2=[]
for n in range(1,num):
    df_nrmse2=df2_f.iloc[:,[0,n]]
    df_nrmse3=df_nrmse2.dropna()
    realVals=df_nrmse3["f Darcy"]
    predictedVals=df_nrmse3[factores[n]]
    rmse=mean_squared_error(realVals,predictedVals, squared=False)
    nrmse=rmse/(df_nrmse2["f Darcy"].mean())*100
    nrmse_list2.append(nrmse_)

for j in range(len(nrmse_list2)):
    if nrmse_list2[j]>100:
        nrmse_list2[j]=0

df_nre2=pd.DataFrame(columns=nrmse,index=[0])
df_nre2.iloc[0]=nrmse_list2
#=====
#Exportar los dataframes a excel en diferentes hojas.
dfwriter=pd.ExcelWriter("Resultados "+hoja+".xlsx")
# df1_f.to_excel(dfwriter,sheet_name ="f Tuberias rugosas",index=False)
# df1_e.to_excel(dfwriter,sheet_name ="e% Tuberias rugosas",index=False)
# df1_d.to_excel(dfwriter,sheet_name ="Est Tuberias rugosas",index=True)
# df1_de.to_excel(dfwriter,sheet_name ="Est e% Tuberias rugosas",index=True)
# df_re1.to_excel(dfwriter,sheet_name ="rmse rugosas",index=False)
df2_f.to_excel(dfwriter,sheet_name ="f Tuberias lisas",index=False)
df2_e.to_excel(dfwriter,sheet_name ="e% Tuberias lisas",index=False)
df2_d.to_excel(dfwriter,sheet_name ="Est Tuberias lisas",index=True)
df2_de.to_excel(dfwriter,sheet_name ="Est e% Tuberias lisas",index=True)
df_re2.to_excel(dfwriter,sheet_name ="rmse lisas",index=False)
df_nre2.to_excel(dfwriter,sheet_name ="nrmse lisas",index=False)
df.to_excel(dfwriter,sheet_name="Datos",index=False)
dfwriter.close()

#=====

## Crear graficos de cajas y bigotes
fs=20

#Para tuberias con flujo turbulento rugoso

# fig, ax1 = plt.subplots(figsize=(60,30), sharey=True)
# fig.subplots_adjust(left=0.061, right=0.989, top=0.952, bottom=0.242, hspace=0.2, wspace=0.2)
# box1=ax1.boxplot(df1_f,labels=factores)
# ax1.set_title("Diagrama de cajas y bigotes tuberias rugosas-"+hoja, fontsize=fs)
# plt.xticks(rotation=90)
# ax1.yaxis.grid(True)
# ax1.set_xlabel('Ecuaciones de factor de friccion',fontsize=10)
# ax1.set_ylabel('Valor factor de friccion',fontsize=10)
# plt.savefig("Diagrama de cajas y bigotes tuberias rugosas-"+hoja)

#Para tuberias con flujo turbulento liso

fig, ax2 = plt.subplots(figsize=(60,30), sharey=True)
fig.subplots_adjust(left=0.061, right=0.989, top=0.952, bottom=0.242, hspace=0.2, wspace=0.2)
box2=ax2.boxplot(df2_f, labels=factores)

```



```

ax2.set_title("Diagrama de cajas y bigotes tuberías lisas "+hoja, fontsize=fs)
plt.xticks(rotation=90)
ax2.yaxis.grid(True)
ax2.set_xlabel('Ecuaciones de factor de fricción', fontsize=10)
ax2.set_ylabel('Valor del factor de fricción', fontsize=10)
plt.savefig("1,2-Diagrama de cajas y bigotes tuberías lisas-"+hoja)

#Para errores relativos porcentuales.
fig, ax3 = plt.subplots(figsize=(60,30), sharey=True)
fig.subplots_adjust(left=0.061, right=0.989, top=0.952, bottom=0.242, hspace=0.2, wspace=0.2)
box3=ax3.boxplot(df2_e, labels=error)
ax3.set_title("Diagrama de cajas y bigotes error porcentual tuberías lisas-"+hoja, fontsize=fs)
plt.xticks(rotation=90)
ax3.yaxis.grid(True)
ax3.set_xlabel('Ecuaciones de factor de fricción', fontsize=10)
ax3.set_ylabel('Valor del error porcentual', fontsize=10)
plt.savefig("2-Diagrama de cajas y bigotes error porcentual tuberías lisas-"+hoja)

y_pos1=np.arange(len(error))
fig, ax4=plt.subplots(figsize=(60,30), sharey=True)
fig.subplots_adjust(left=0.164, right=0.926, top=0.929, bottom=0.079, hspace=0.2, wspace=0.2)
ax4.barh(y_pos1, df2_ep)
ax4.set_yticks(y_pos1)
ax4.set_yticklabels(error)
ax4.invert_yaxis()
ax4.set_xlabel('Valor del error porcentual promedio')
ax4.set_title('Error porcentual promedio tuberías lisas-'+hoja, fontsize=fs)
plt.savefig("2,1-Error porcentual promedio tuberías lisas-"+hoja)

y_pos2=np.arange(len(rmse))
fig, ax5=plt.subplots(figsize=(60,30), sharey=True)
fig.subplots_adjust(left=0.164, right=0.926, top=0.929, bottom=0.079, hspace=0.2, wspace=0.2)
ax5.barh(y_pos2, rmse_list2)
ax5.set_yticks(y_pos2)
ax5.set_yticklabels(rmse)
ax5.invert_yaxis()
ax5.set_xlabel('Valor del RMSE')
ax5.set_title('Raíz del error cuadrático medio tuberías lisas-'+hoja, fontsize=fs)
plt.savefig("3-Raíz del error cuadrático medio tuberías lisas-"+hoja)

y_pos3=np.arange(len(nrmse))
fig, ax5=plt.subplots(figsize=(60,30), sharey=True)
fig.subplots_adjust(left=0.164, right=0.926, top=0.929, bottom=0.079, hspace=0.2, wspace=0.2)
ax5.barh(y_pos3, nrmse_list2)
ax5.set_yticks(y_pos3)
ax5.set_yticklabels(nrmse)
ax5.invert_yaxis()
ax5.set_xlabel('Valor del NRMSE')
ax5.set_title('Normalización de la raíz del error cuadrático medio tuberías lisas-'+hoja, fontsize=fs)
plt.savefig("4-Normalización de la raíz del error cuadrático medio tuberías lisas-"+hoja)

plt.show()

#=====
fin=time()-ini #Terminar calculo de tiempo
print(fin)

```

5

Fuente: Propia adaptada en Visual Basic Excel

**11.4. ANEXO 4: RESULTADOS ERROR PORCENTUAL PROMEDIO Y RMSE-TODOS LOS DATOS.**

<b>Ecuación</b>	<b>e% promedio</b>	<b>RMSE</b>
f Colebrook	16,12	0,003884
f Chen	16,19	0,003897
f Buzzeli	16,12	0,003884
f Romeo Royo	16,17	0,003895
f Filonenko	22,49	0,005662
f Konakov	22,13	0,005687
f Shacham I	16,34	0,003921
f Shacham II	16,12	0,003884
f Churchill	15,99	0,00387
f Swamee and jain	15,95	0,003863
f Pavlov	15,68	0,003811
f Round	15,20	0,003716
f Barr	16,07	0,003874
f Zigrang	16,07	0,003875
f Haaland	15,57	0,00379
f Sonnad	16,41	0,003945
f Manadili	16,23	0,003908
f Avci	16,54	0,003944
f Papaevangelou	16,10	0,003883
f Brkic I	14,80	0,003643
f Brkic II	16,42	0,003946
f Li	16,24	0,003909
f Fang	16,11	0,003884
f Shaikg	13,92	0,003499
f Ghanbari	16,47	0,00395
f Serghides	16,12	0,003884
f Rao	25,72	0,006482
f Vantankhah	16,13	0,003886
f Blasius	22,89	0,005746
f Prandtl I	22,37	0,005637
f Prandtl II	25,73	0,006484

Fuente: Propia adaptada en Excel

**11.5. ANEXO 5: RESULTADOS ERROR PORCENTUAL PROMEDIO Y RMSE -DATOS CON SENSOR**

<b>Ecuación</b>	<b>e% promedio</b>	<b>RMSE</b>
f Colebrook	10,0324	0,00269
f Chen	10,0685	0,00270
f Buzzeli	10,0317	0,00269
f Romeo Royo	10,058	0,00270
f Filonenko	19,41	0,00562
f Konakov	19,5852	0,00577
f Shacham I	10,1467	0,00270
f Shacham II	10,0334	0,00269
f Churchill	9,98222	0,00270
f Swamee and jain	9,9652	0,00270
f Pavlov	9,83421	0,00268
f Round	9,58697	0,00264
f Barr	10,0101	0,00269
f Zigrang	10,0118	0,00269
f Haaland	9,76891	0,00266
f Sonnad	10,1597	0,00271
f Manadili	10,1169	0,00272
f Avci	10,3928	0,00273
f Papaevangelos	10,0186	0,00270
f Brkic I	9,431	0,00264
f Brkic II	10,2041	0,00273
f Li	10,1189	0,00272
f Fang	10,017	0,00269
f Shaikh	9,50846	0,00268
f Ghanbari	10,2133	0,00272
f Serghides	10,0319	0,00269
f Rao	23,0046	0,00639
f Vantankhah	10,04	0,00269
f Blasius	19,3423	0,00562
f Prandtl I	19,42	0,00563
f Prandtl II	23,0147	0,00640

Fuente: Propia adaptada en Excel

**11.6. ANEXO 6: RESULTADOS ERROR PORCENTUAL PROMEDIO Y RMSE -DATOS SIN SENSOR**

<b>Ecuación</b>	<b>e% promedio</b>	<b>RMSE</b>
f Colebrook	31,1513	0,00587
f Chen	31,3052	0,00589
f Buzzeli	31,1514	0,00587
f Romeo Royo	31,2795	0,00589
f Filonenko	30,1005	0,00576
f Konakov	28,4008	0,00548
f Shacham I	31,6455	0,00594
f Shacham II	31,1546	0,00587
f Churchill	30,8316	0,00583
f Swamee and jain	30,7452	0,00581
f Pavlov	30,1353	0,00572
f Round	29,0685	0,00554
f Barr	31,0398	0,00585
f Zigrang	31,0433	0,00585
f Haaland	29,9104	0,00569
f Sonnad	31,8457	0,00598
f Manadili	31,3337	0,0059
f Avci	31,7348	0,00596
f Papaevangeloet	31,1173	0,00586
f Brkic I	28,0596	0,00538
f Brkic II	31,7631	0,00597
f Li	31,3582	0,0059
f Fang	31,1705	0,00588
f Shaikg	24,829	0,00498
f Ghanbari	31,9271	0,00599
f Serghides	31,149	0,00587
f Rao	32,4266	0,0067
f Vantankhah	31,1783	0,00587
f Blasius	31,6554	0,00604
f Prandtl I	29,6555	0,00566
f Prandtl II	32,4375	0,0067

Fuente: Propia adaptada en Excel

## 11.7. ANEXO 7: DATAFRAME FINAL.

Dif presione s (mca)	Dif presiones (mmhg)	Dif presione s (Pa)	Caud al (L/s)	Cauda l (m3/s)	Temperatu ra (celsius)	Longitud tuberia (m)	Diametro ext tuberia (in)	Diametro ext tuberia (m)	Espe sor (m)
0,354		3472,439	0,480	0,00048	20,0	2,56	1/2'	0,02134	0,00026
1,038		10175,100	1,145	0,00114	20,0	2,56	1/2'	0,02134	0,00026
1,232		12085,383	1,139	0,00114	20,0	2,56	1/2'	0,02134	0,00026
1,551		15207,734	1,244	0,00124	20,0	2,56	1/2'	0,02134	0,00026
2,037		19976,577	1,293	0,00129	20,0	2,56	1/2'	0,02134	0,00026
2,328		22824,349	1,557	0,00156	20,0	2,56	1/2'	0,02134	0,00026
2,729		26758,669	1,807	0,00181	20,0	2,56	1/2'	0,02134	0,00026
3,293		32295,351	2,178	0,00218	20,0	2,56	1/2'	0,02134	0,00026
4,005		39272,591	1,913	0,00191	20,0	2,56	1/2'	0,02134	0,00026
3,644		35732,487	1,774	0,00177	20,0	2,56	1/2'	0,02134	0,00026
3,195		31332,365	1,872	0,00187	20,0	2,56	1/2'	0,02134	0,00026
2,863		28070,763	1,741	0,00174	20,0	2,56	1/2'	0,02134	0,00026
0,770		7546,990	0,786	0,00079	20,0	2,50	3/4'	0,02667	0,0028
1,807		17722,090	1,245	0,00125	20,0	2,50	3/4'	0,02667	0,0028
2,038		19985,402	1,253	0,00125	20,0	2,50	3/4'	0,02667	0,0028
3,609		35393,187	1,608	0,00161	20,0	2,50	3/4'	0,02667	0,0028
3,169		31074,457	1,534	0,00153	20,0	2,50	3/4'	0,02667	0,0028
2,877		28208,052	1,477	0,00148	20,0	2,50	3/4'	0,02667	0,0028
2,347		23016,554	1,305	0,00130	20,0	2,50	3/4'	0,02667	0,0028
1,617		15853,975	1,179	0,00118	20,0	2,50	3/4'	0,02667	0,0028
0,969		9497,479	0,849	0,00085	20,0	2,50	3/4'	0,02667	0,0028
1,261		12365,845	0,954	0,00095	20,0	2,50	3/4'	0,02667	0,0028
1,955		19170,492	1,181	0,00118	20,0	2,50	3/4'	0,02667	0,0028
2,885		28293,368	1,511	0,00151	20,0	2,50	3/4'	0,02667	0,0028
0,104		1021,825	0,339	0,00034	20,0	2,50	3/4'	0,02667	0,00173
0,119		1170,882	0,353	0,00035	20,0	2,50	3/4'	0,02667	0,00173
0,176		1722,000	0,497	0,00050	20,0	2,50	3/4'	0,02667	0,00173
0,239		2339,802	0,531	0,00053	20,0	2,50	3/4'	0,02667	0,00173
0,387		3791,147	0,765	0,00077	20,0	2,50	3/4'	0,02667	0,00173
0,608		5960,318	0,844	0,00084	20,0	2,50	3/4'	0,02667	0,00173
0,884		8672,762	1,115	0,00112	20,0	2,50	3/4'	0,02667	0,00173
1,294		12692,398	1,298	0,00130	20,0	2,50	3/4'	0,02667	0,00173

Dif presione s (mca)	Dif presiones (mmhg)	Dif presione s (Pa)	Caud al (L/s)	Cauda l (m3/s)	Temperatu ra (celsius)	Longitud tuberia (m)	Diametro ext tuberia (in)	Diametro ext tuberia (m)	Espe sor (m)
1,516		14866,47 2	1,343	0,0013 4	20,0	2,50	3/4'	0,02667	0,001 73
1,842		18065,31 3	1,391	0,0013 9	20,0	2,50	3/4'	0,02667	0,001 73
2,303		22588,01 6	1,711	0,0017 1	20,0	2,50	3/4'	0,02667	0,001 73
3,046		29872,19 5	1,942	0,0019 4	20,0	2,50	3/4'	0,02667	0,001 73
3,634		35638,34 6	2,189	0,0021 9	20,0	2,50	3/4'	0,02667	0,001 73
	58	7732,676		0,0008 9	17,6	1,00	1/2'	0,02134	0,002 14
	54	7199,388		0,0008 4	17,6	1,00	1/2'	0,02134	0,002 14
	50	6666,100		0,0007 9	17,6	1,00	1/2'	0,02134	0,002 14
	44	5866,168		0,0007 6	17,6	1,00	1/2'	0,02134	0,002 14
	40	5332,880		0,0007 0	17,6	1,00	1/2'	0,02134	0,002 14
	34	4532,948		0,0006 5	17,6	1,00	1/2'	0,02134	0,002 14
	30	3999,660		0,0005 9	17,6	1,00	1/2'	0,02134	0,002 14
	24	3199,728		0,0004 7	17,6	1,00	1/2'	0,02134	0,002 14
	18	2399,796		0,0005 0	17,6	1,00	1/2'	0,02134	0,002 14
	10	1333,220		0,0003 7	17,6	1,00	1/2'	0,02134	0,002 14
	6	799,932		0,0002 7	17,6	1,00	1/2'	0,02134	0,002 14
	47	6266,134		0,0008 8	17,4	1,00	1/2'	0,02134	0,002 14
	35	4666,270		0,0007 4	17,6	1,00	1/2'	0,02134	0,002 14
	27	3599,694		0,0006 8	17,8	1,00	1/2'	0,02134	0,002 14
	16	2133,152		0,0005 3	18,0	1,00	1/2'	0,02134	0,002 14
	8	1066,576		0,0003 3	18,2	1,00	1/2'	0,02134	0,002 14
	4	533,288		0,0002 5	18,4	1,00	1/2'	0,02134	0,002 14
0,531		5207,188	0,249	0,0002 5	17,9	4,61	1/2'	0,02134	0,002 69
1,012		9924,057	0,388	0,0003 9	17,9	4,61	1/2'	0,02134	0,002 69
2,579		25290,65 4	0,537	0,0005 4	17,7	4,61	1/2'	0,02134	0,002 69
3,338		32733,69 6	0,675	0,0006 8	17,6	4,61	1/2'	0,02134	0,002 69
4,524		44364,90 8	0,826	0,0008 3	17,6	4,61	1/2'	0,02134	0,002 69

Material	Rugosidad (m)	Conjunto	Diametro int tuberia (m)	Area (m2)	Velocidad (m/s)	Rugosidad relativa	Viscosidad (m2/s)	Densidad (kg/m3)	Reynolds	Tipo de flujo
PVC	0,00000 115	1	0,02082	0,000 3404	1,410	0,0000552 4	0,000001 01	998,278	29006 ,462	Flujo turbulento liso
PVC	0,00000 115	1	0,02082	0,000 3404	3,363	0,0000552 4	0,000001 01	998,278	69166 ,003	Flujo turbulento liso
PVC	0,00000 115	1	0,02082	0,000 3404	3,346	0,0000552 4	0,000001 01	998,278	68827 ,665	Flujo turbulento liso
PVC	0,00000 115	1	0,02082	0,000 3404	3,654	0,0000552 4	0,000001 01	998,278	75165 ,465	Flujo turbulento liso
PVC	0,00000 115	1	0,02082	0,000 3404	3,798	0,0000552 4	0,000001 01	998,278	78125 ,925	Flujo turbulento liso
PVC	0,00000 115	1	0,02082	0,000 3404	4,574	0,0000552 4	0,000001 01	998,278	94088 ,240	Flujo turbulento liso
PVC	0,00000 115	1	0,02082	0,000 3404	5,309	0,0000552 4	0,000001 01	998,278	10919 8,667	Flujo turbulento liso
PVC	0,00000 115	1	0,02082	0,000 3404	6,399	0,0000552 4	0,000001 01	998,278	13161 3,576	Flujo turbulento liso
PVC	0,00000 115	1	0,02082	0,000 3404	5,620	0,0000552 4	0,000001 01	998,278	11559 6,885	Flujo turbulento liso
PVC	0,00000 115	1	0,02082	0,000 3404	5,210	0,0000552 4	0,000001 01	998,278	10715 6,554	Flujo turbulento liso
PVC	0,00000 115	1	0,02082	0,000 3404	5,500	0,0000552 4	0,000001 01	998,278	11311 9,766	Flujo turbulento liso
PVC	0,00000 115	1	0,02082	0,000 3404	5,112	0,0000552 4	0,000001 01	998,278	10515 6,734	Flujo turbulento liso
ACE RO	0,00004 6	2	0,02107	0,000 3487	2,255	0,0021832 0	0,000001 01	998,278	46948 ,612	Flujo turbulento liso
ACE RO	0,00004 6	2	0,02107	0,000 3487	3,571	0,0021832 0	0,000001 01	998,278	74339 ,282	Flujo turbulento liso
ACE RO	0,00004 6	2	0,02107	0,000 3487	3,594	0,0021832 0	0,000001 01	998,278	74810 ,917	Flujo turbulento liso
ACE RO	0,00004 6	2	0,02107	0,000 3487	4,613	0,0021832 0	0,000001 01	998,278	96022 ,568	Flujo turbulento liso
ACE RO	0,00004 6	2	0,02107	0,000 3487	4,399	0,0021832 0	0,000001 01	998,278	91562 ,927	Flujo turbulento liso
ACE RO	0,00004 6	2	0,02107	0,000 3487	4,237	0,0021832 0	0,000001 01	998,278	88201 ,779	Flujo turbulento liso
ACE RO	0,00004 6	2	0,02107	0,000 3487	3,742	0,0021832 0	0,000001 01	998,278	77885 ,502	Flujo turbulento liso
ACE RO	0,00004 6	2	0,02107	0,000 3487	3,383	0,0021832 0	0,000001 01	998,278	70410 ,977	Flujo turbulento liso
ACE RO	0,00004 6	2	0,02107	0,000 3487	2,434	0,0021832 0	0,000001 01	998,278	50673 ,934	Flujo turbulento liso
ACE RO	0,00004 6	2	0,02107	0,000 3487	2,736	0,0021832 0	0,000001 01	998,278	56948 ,475	Flujo turbulento liso
ACE RO	0,00004 6	2	0,02107	0,000 3487	3,388	0,0021832 0	0,000001 01	998,278	70524 ,409	Flujo turbulento liso

Material	Rugosidad (m)	Conj unto	Diametro int tuberia (m)	Area (m2)	Velocidad (m/s)	Rugosidad relativa	Viscosidad (m2/s)	Densidad (kg/m3)	Reynolds	Tipo de flujo
ACE RO	0,00004 6	2	0,02107	0,000 3487	4,333	0,0021832 0	0,000001 01	998,278	90189 ,812	Flujo turbulento liso
ACE RO	0,00004 6	3	0,02321	0,000 4231	0,800	0,0019819 0	0,000001 01	998,278	18350 ,825	Flujo turbulento liso
ACE RO	0,00004 6	3	0,02321	0,000 4231	0,835	0,0019819 0	0,000001 01	998,278	19136 ,670	Flujo turbulento liso
ACE RO	0,00004 6	3	0,02321	0,000 4231	1,175	0,0019819 0	0,000001 01	998,278	26951 ,758	Flujo turbulento liso
ACE RO	0,00004 6	3	0,02321	0,000 4231	1,254	0,0019819 0	0,000001 01	998,278	28756 ,491	Flujo turbulento liso
ACE RO	0,00004 6	3	0,02321	0,000 4231	1,808	0,0019819 0	0,000001 01	998,278	41465 ,494	Flujo turbulento liso
ACE RO	0,00004 6	3	0,02321	0,000 4231	1,994	0,0019819 0	0,000001 01	998,278	45714 ,475	Flujo turbulento liso
ACE RO	0,00004 6	3	0,02321	0,000 4231	2,636	0,0019819 0	0,000001 01	998,278	60434 ,156	Flujo turbulento liso
ACE RO	0,00004 6	3	0,02321	0,000 4231	3,068	0,0019819 0	0,000001 01	998,278	70357 ,476	Flujo turbulento liso
ACE RO	0,00004 6	3	0,02321	0,000 4231	3,175	0,0019819 0	0,000001 01	998,278	72801 ,723	Flujo turbulento liso
ACE RO	0,00004 6	3	0,02321	0,000 4231	3,286	0,0019819 0	0,000001 01	998,278	75359 ,783	Flujo turbulento liso
ACE RO	0,00004 6	3	0,02321	0,000 4231	4,044	0,0019819 0	0,000001 01	998,278	92740 ,497	Flujo turbulento liso
ACE RO	0,00004 6	3	0,02321	0,000 4231	4,591	0,0019819 0	0,000001 01	998,278	10526 5,233	Flujo turbulento liso
ACE RO	0,00004 6	3	0,02321	0,000 4231	5,173	0,0019819 0	0,000001 01	998,278	11861 9,171	Flujo turbulento liso
PVC	0,00000 15	4	0,01706	0,000 2286	3,886	0,0000879 2	0,000001 07	998,718	61697 ,340	Flujo turbulento liso
PVC	0,00000 15	4	0,01706	0,000 2286	3,679	0,0000879 2	0,000001 07	998,718	58417 ,885	Flujo turbulento liso
PVC	0,00000 15	4	0,01706	0,000 2286	3,446	0,0000879 2	0,000001 07	998,718	54717 ,871	Flujo turbulento liso
PVC	0,00000 15	4	0,01706	0,000 2286	3,317	0,0000879 2	0,000001 07	998,718	52668 ,232	Flujo turbulento liso
PVC	0,00000 15	4	0,01706	0,000 2286	3,074	0,0000879 2	0,000001 07	998,718	48811 ,571	Flujo turbulento liso
PVC	0,00000 15	4	0,01706	0,000 2286	2,858	0,0000879 2	0,000001 07	998,718	45374 ,226	Flujo turbulento liso
PVC	0,00000 15	4	0,01706	0,000 2286	2,586	0,0000879 2	0,000001 07	998,718	41061 ,046	Flujo turbulento liso
PVC	0,00000 15	4	0,01706	0,000 2286	2,053	0,0000879 2	0,000001 07	998,718	32594 ,493	Flujo turbulento liso
PVC	0,00000 15	4	0,01706	0,000 2286	2,169	0,0000879 2	0,000001 07	998,718	34436 ,720	Flujo turbulento liso



Material	Rugosidad (m)	Conj unto	Diametro int tuberia (m)	Area (m2)	Velocidad (m/s)	Rugosidad relativa	Viscosidad (m2/s)	Densidad (kg/m3)	Reynolds	Tipo de flujo
PVC	0,0000015	4	0,01706	0,0002286	1,602	0,00008792	0,00000107	998,718	25442,808	Flujo turbulento liso
PVC	0,0000015	4	0,01706	0,0002286	1,181	0,00008792	0,00000107	998,718	18752,393	Flujo turbulento liso
PVC	0,0000015	4	0,01706	0,0002286	3,856	0,00008792	0,00000108	998,752	60915,045	Flujo turbulento liso
PVC	0,0000015	4	0,01706	0,0002286	3,258	0,00008792	0,00000107	998,718	51734,593	Flujo turbulento liso
PVC	0,0000015	4	0,01706	0,0002286	2,963	0,00008792	0,00000107	998,684	47287,579	Flujo turbulento liso
PVC	0,0000015	4	0,01706	0,0002286	2,300	0,00008792	0,00000106	998,649	36890,728	Flujo turbulento liso
PVC	0,0000015	4	0,01706	0,0002286	1,460	0,00008792	0,00000106	998,614	23535,128	Flujo turbulento liso
PVC	0,0000015	4	0,01706	0,0002286	1,113	0,00008792	0,00000105	998,578	18029,022	Flujo turbulento liso
PVC	0,0000015	5	0,01596	0,0002001	1,245	0,00009398	0,00000107	998,665	18631,955	Flujo turbulento liso
PVC	0,0000015	5	0,01596	0,0002001	1,939	0,00009398	0,00000107	998,667	29023,384	Flujo turbulento liso
PVC	0,0000015	5	0,01596	0,0002001	2,684	0,00009398	0,00000107	998,706	39940,619	Flujo turbulento liso
PVC	0,0000015	5	0,01596	0,0002001	3,374	0,00009398	0,00000108	998,723	50083,661	Flujo turbulento liso
PVC	0,0000015	5	0,01596	0,0002001	4,131	0,00009398	0,00000108	998,724	61304,057	Flujo turbulento liso

f Darcy	f Colebrook	f Chen	f Buzzeli	f Romeo Royo	f Filonko	f Kona kov	f Shacham I	f Shacham II	f Churchill	f Swamee and Jain	f Pavlov	f Round
0,02845	0,02382	0,02384	0,02382	0,02384	0,02380	0,02343	0,02391	0,02382	0,02375	0,02373	0,02360	0,02335
0,01466	0,01969	0,01972	0,01969	0,01971	0,01946	0,01923	0,01980	0,01969	0,01961	0,01959	0,01950	0,01935
0,01759	0,01971	0,01974	0,01971	0,01973	0,01948	0,01925	0,01982	0,01971	0,01963	0,01961	0,01952	0,01937
0,01856	0,01936	0,01939	0,01936	0,01938	0,01911	0,01888	0,01947	0,01936	0,01927	0,01926	0,01917	0,01903
0,02256	0,01921	0,01924	0,01921	0,01923	0,01895	0,01873	0,01931	0,01921	0,01912	0,01911	0,01902	0,01889
0,01777	0,01850	0,01853	0,01850	0,01852	0,01820	0,01801	0,01861	0,01851	0,01842	0,01841	0,01833	0,01822
0,01547	0,01797	0,01800	0,01797	0,01799	0,01764	0,01746	0,01808	0,01797	0,01790	0,01789	0,01781	0,01771
0,01285	0,01734	0,01737	0,01734	0,01736	0,01697	0,01680	0,01744	0,01735	0,01728	0,01727	0,01719	0,01713
0,02026	0,01778	0,01781	0,01778	0,01779	0,01743	0,01725	0,01788	0,01778	0,01770	0,01769	0,01762	0,01753
0,02145	0,01804	0,01807	0,01804	0,01806	0,01771	0,01752	0,01814	0,01804	0,01796	0,01795	0,01787	0,01778
0,01688	0,01785	0,01788	0,01785	0,01787	0,01751	0,01733	0,01795	0,01785	0,01778	0,01777	0,01769	0,01760
0,01750	0,01810	0,01813	0,01810	0,01812	0,01778	0,01759	0,01821	0,01811	0,01803	0,01802	0,01794	0,01784
0,02505	0,02708	0,02714	0,02708	0,02708	0,02124	0,02095	0,02708	0,02708	0,02736	0,02736	0,02730	0,02728
0,02346	0,02606	0,02610	0,02606	0,02606	0,01915	0,01893	0,02606	0,02606	0,02631	0,02631	0,02627	0,02642
0,02613	0,02605	0,02609	0,02605	0,02605	0,01913	0,01890	0,02605	0,02605	0,02630	0,02630	0,02626	0,02641
0,02808	0,02563	0,02567	0,02563	0,02563	0,01812	0,01793	0,02564	0,02563	0,02586	0,02587	0,02583	0,02607
0,02712	0,02571	0,02574	0,02571	0,02570	0,01831	0,01811	0,02571	0,02571	0,02594	0,02594	0,02591	0,02613
0,02653	0,02576	0,02580	0,02576	0,02576	0,01846	0,01825	0,02577	0,02576	0,02600	0,02600	0,02597	0,02618
0,02776	0,02597	0,02602	0,02597	0,02598	0,01896	0,01874	0,02598	0,02597	0,02622	0,02622	0,02618	0,02635
0,02340	0,02616	0,02621	0,02616	0,02616	0,01938	0,01915	0,02617	0,02616	0,02642	0,02642	0,02637	0,02651
0,02706	0,02688	0,02694	0,02688	0,02689	0,02087	0,02059	0,02689	0,02688	0,02716	0,02716	0,02710	0,02712
0,02790	0,02661	0,02666	0,02661	0,02661	0,02032	0,02006	0,02661	0,02661	0,02688	0,02688	0,02682	0,02688
0,02820	0,02616	0,02621	0,02616	0,02616	0,01938	0,01915	0,02616	0,02616	0,02641	0,02641	0,02637	0,02651
0,02545	0,02573	0,02577	0,02573	0,02573	0,01837	0,01817	0,02573	0,02573	0,02597	0,02597	0,02593	0,02615
0,02968	0,03017	0,03025	0,03017	0,03019	0,02670	0,02623	0,03017	0,03017	0,03050	0,03050	0,03038	0,03002
0,03127	0,02997	0,03004	0,02997	0,02999	0,02641	0,02595	0,02997	0,02997	0,03030	0,03029	0,03017	0,03083
0,02318	0,02847	0,02854	0,02847	0,02848	0,02423	0,02385	0,02847	0,02847	0,02876	0,02876	0,02867	0,02845
0,02767	0,02822	0,02829	0,02822	0,02823	0,02385	0,02348	0,02822	0,02822	0,02851	0,02851	0,02842	0,02823
0,02156	0,02699	0,02705	0,02699	0,02699	0,02186	0,02155	0,02699	0,02698	0,02726	0,02726	0,02719	0,02714
0,02789	0,02671	0,02677	0,02671	0,02671	0,02137	0,02108	0,02671	0,02670	0,02697	0,02697	0,02691	0,02690
0,02322	0,02601	0,02606	0,02601	0,02601	0,02005	0,01980	0,02601	0,02600	0,02626	0,02626	0,02621	0,02630
0,02508	0,02568	0,02573	0,02568	0,02568	0,01939	0,01916	0,02568	0,02568	0,02593	0,02593	0,02588	0,02602
0,02743	0,02561	0,02566	0,02561	0,02561	0,01924	0,01902	0,02562	0,02561	0,02586	0,02586	0,02581	0,02597
0,03111	0,02554	0,02559	0,02554	0,02555	0,01910	0,01887	0,02554	0,02554	0,02579	0,02579	0,02574	0,02591

f Darcy	f Colebrook	f Chen	f Buzzeli	f Romeo Royo	f Filone nko	f Kona kov	f Shacham I	f Shacham II	f Churchill	f Swamee and Jain	f Pavlov	f Round
0,02568	0,02518	0,02522	0,02518	0,02518	0,01826	0,01806	0,02518	0,02518	0,02541	0,02541	0,02537	0,02561
0,02637	0,02498	0,02502	0,02499	0,02498	0,01778	0,01759	0,02499	0,02498	0,02520	0,02521	0,02517	0,02545
0,02477	0,02482	0,02485	0,02482	0,02481	0,01734	0,01716	0,02482	0,02482	0,02503	0,02503	0,02500	0,02532
0,01750	0,02030	0,02033	0,02030	0,02032	0,01996	0,01971	0,02040	0,02030	0,02022	0,02021	0,02012	0,02097
0,01817	0,02053	0,02056	0,02053	0,02055	0,02020	0,01995	0,02063	0,02053	0,02045	0,02044	0,02034	0,02019
0,01917	0,02081	0,02084	0,02081	0,02083	0,02051	0,02024	0,02091	0,02081	0,02073	0,02072	0,02062	0,02046
0,01821	0,02097	0,02101	0,02101	0,02100	0,02068	0,02042	0,02108	0,02098	0,02090	0,02089	0,02079	0,02062
0,01928	0,02131	0,02135	0,02131	0,02134	0,02105	0,02077	0,02142	0,02131	0,02124	0,02123	0,02112	0,02095
0,01896	0,02165	0,02168	0,02165	0,02167	0,02140	0,02111	0,02175	0,02165	0,02158	0,02156	0,02145	0,02127
0,02043	0,02212	0,02215	0,02212	0,02214	0,02191	0,02160	0,02222	0,02212	0,02220	0,02220	0,02192	0,02173
0,02594	0,02328	0,02331	0,02328	0,02331	0,02314	0,02279	0,02337	0,02328	0,02332	0,02320	0,02308	0,02285
0,01743	0,02300	0,02302	0,02300	0,02302	0,02284	0,02250	0,02309	0,02300	0,02293	0,02291	0,02279	0,02257
0,01774	0,02464	0,02466	0,02464	0,02466	0,02458	0,02419	0,02472	0,02464	0,02459	0,02457	0,02444	0,02418
0,01959	0,02648	0,02650	0,02648	0,02651	0,02655	0,02609	0,02654	0,02648	0,02647	0,02645	0,02630	0,02600
0,01440	0,02035	0,02038	0,02035	0,02037	0,02002	0,01977	0,02045	0,02035	0,02028	0,02026	0,02017	0,02002
0,01501	0,02105	0,02109	0,02105	0,02107	0,02077	0,02050	0,02116	0,02105	0,02098	0,02097	0,02086	0,02070
0,01401	0,02146	0,02149	0,02146	0,02148	0,02120	0,02092	0,02156	0,02146	0,02139	0,02137	0,02126	0,02109
0,01378	0,02265	0,02268	0,02265	0,02267	0,02247	0,02214	0,02274	0,02265	0,02258	0,02256	0,02245	0,02224
0,01710	0,02509	0,02511	0,02509	0,02512	0,02506	0,02465	0,02517	0,02509	0,02505	0,02503	0,02489	0,02462
0,01471	0,02674	0,02675	0,02674	0,02677	0,02682	0,02635	0,02679	0,02674	0,02673	0,02671	0,02655	0,02625
0,02331	0,02654	0,02655	0,02654	0,02657	0,02660	0,02613	0,02660	0,02654	0,02653	0,02651	0,02635	0,02605
0,01829	0,02392	0,02394	0,02392	0,02394	0,02380	0,02343	0,02400	0,02392	0,02386	0,02384	0,02372	0,02348
0,02434	0,02227	0,02231	0,02227	0,02230	0,02220	0,02174	0,02223	0,02227	0,02221	0,02219	0,02208	0,02188
0,01993	0,02122	0,02125	0,02122	0,02124	0,02092	0,02065	0,02132	0,02122	0,02115	0,02113	0,02103	0,02086
0,01802	0,02035	0,02038	0,02035	0,02037	0,01999	0,01974	0,02045	0,02035	0,02028	0,02026	0,02017	0,02003

f Barr	f Zigran g	f Haalan d	f Sonna d	f Manad ili	f Avci	f Papaevange loet	f Brkic I	f Brkic II	f Li	f Fang	f Shaik g	f Ghanb ari
0,02380	0,02379	0,02361	0,02397	0,02384	0,02397	0,02380	0,02315	0,02393	0,02384	0,02385	0,02281	0,02396
0,01968	0,01967	0,01946	0,01979	0,01972	0,01982	0,01968	0,01920	0,01978	0,01972	0,01970	0,01856	0,01984
0,01970	0,01969	0,01948	0,01981	0,01974	0,01984	0,01970	0,01922	0,01980	0,01974	0,01972	0,01858	0,01986
0,01935	0,01934	0,01913	0,01946	0,01939	0,01948	0,01935	0,01888	0,01945	0,01939	0,01936	0,01822	0,01951
0,01919	0,01919	0,01890	0,01938	0,01924	0,01933	0,01920	0,01874	0,01930	0,01924	0,01921	0,01807	0,01936
0,01849	0,01849	0,01828	0,01859	0,01854	0,01861	0,01850	0,01807	0,01859	0,01854	0,01850	0,01738	0,01866
0,01796	0,01796	0,01775	0,01806	0,01801	0,01807	0,01797	0,01756	0,01806	0,01801	0,01796	0,01685	0,01813
0,01733	0,01733	0,01712	0,01742	0,01738	0,01744	0,01734	0,01696	0,01743	0,01738	0,01733	0,01624	0,01750
0,01776	0,01776	0,01755	0,01786	0,01781	0,01787	0,01777	0,01737	0,01786	0,01781	0,01777	0,01666	0,01793
0,01803	0,01802	0,01781	0,01812	0,01807	0,01814	0,01803	0,01762	0,01812	0,01807	0,01803	0,01692	0,01819
0,01784	0,01784	0,01763	0,01793	0,01789	0,01795	0,01785	0,01744	0,01794	0,01789	0,01784	0,01673	0,01800
0,01809	0,01809	0,01788	0,01819	0,01814	0,01821	0,01810	0,01768	0,01819	0,01814	0,01810	0,01698	0,01826
0,02709	0,02708	0,02686	0,02715	0,02743	0,02649	0,02723	0,02709	0,02746	0,02742	0,02701	0,02611	0,02735
0,02607	0,02606	0,02590	0,02610	0,02637	0,02549	0,02620	0,02612	0,02639	0,02636	0,02602	0,02536	0,02633
0,02606	0,02605	0,02589	0,02609	0,02636	0,02548	0,02619	0,02611	0,02638	0,02635	0,02601	0,02536	0,02632
0,02564	0,02563	0,02551	0,02567	0,02592	0,02507	0,02577	0,02570	0,02593	0,02591	0,02560	0,02506	0,02590
0,02572	0,02570	0,02557	0,02574	0,02600	0,02514	0,02584	0,02577	0,02601	0,02599	0,02567	0,02511	0,02597
0,02578	0,02576	0,02563	0,02580	0,02606	0,02520	0,02590	0,02583	0,02607	0,02605	0,02573	0,02515	0,02603
0,02599	0,02597	0,02582	0,02602	0,02628	0,02541	0,02612	0,02604	0,02630	0,02627	0,02594	0,02530	0,02624
0,02618	0,02616	0,02600	0,02621	0,02648	0,02559	0,02631	0,02621	0,02650	0,02647	0,02612	0,02544	0,02643
0,02690	0,02688	0,02667	0,02695	0,02723	0,02630	0,02703	0,02690	0,02726	0,02722	0,02682	0,02597	0,02715
0,02662	0,02660	0,02641	0,02666	0,02694	0,02603	0,02675	0,02664	0,02697	0,02693	0,02655	0,02576	0,02688
0,02617	0,02616	0,02599	0,02621	0,02648	0,02559	0,02630	0,02621	0,02650	0,02647	0,02611	0,02544	0,02643
0,02574	0,02573	0,02560	0,02577	0,02602	0,02517	0,02587	0,02580	0,02603	0,02601	0,02570	0,02513	0,02599
0,03015	0,03017	0,02987	0,03033	0,03054	0,02960	0,03030	0,02993	0,03062	0,03054	0,03005	0,02851	0,03040
0,02995	0,02996	0,02966	0,03012	0,03033	0,02939	0,03009	0,02974	0,03041	0,03033	0,02985	0,02834	0,03019
0,02847	0,02846	0,02817	0,02858	0,02883	0,02789	0,02860	0,02834	0,02889	0,02882	0,02836	0,02708	0,02871
0,02822	0,02821	0,02793	0,02833	0,02858	0,02764	0,02835	0,02810	0,02863	0,02857	0,02811	0,02688	0,02846
0,02700	0,02698	0,02674	0,02707	0,02733	0,02642	0,02713	0,02695	0,02737	0,02733	0,02690	0,02590	0,02725
0,02672	0,02670	0,02647	0,02678	0,02705	0,02614	0,02685	0,02669	0,02708	0,02704	0,02663	0,02569	0,02697
0,02602	0,02600	0,02581	0,02606	0,02633	0,02545	0,02615	0,02603	0,02635	0,02632	0,02595	0,02516	0,02627
0,02569	0,02568	0,02550	0,02573	0,02599	0,02513	0,02582	0,02572	0,02601	0,02598	0,02563	0,02492	0,02595
0,02563	0,02561	0,02544	0,02566	0,02592	0,02506	0,02575	0,02565	0,02594	0,02591	0,02556	0,02487	0,02588
0,02556	0,02555	0,02538	0,02559	0,02585	0,02500	0,02569	0,02559	0,02587	0,02584	0,02550	0,02482	0,02581

f Barr	f Zigran g	f Haaland	f Sonnad	f Manad ili	f Avci	f Papaevange loet	f Brkic I	f Brkic II	f Li	f Fang	f Shaik g	f Ghanb ari
0,02519	0,02518	0,02504	0,02522	0,02547	0,02464	0,02531	0,02524	0,02548	0,02545	0,02514	0,02456	0,02544
0,02499	0,02498	0,02486	0,02502	0,02526	0,02444	0,02512	0,02505	0,02527	0,02525	0,02495	0,02442	0,02524
0,02482	0,02482	0,02471	0,02485	0,02508	0,02428	0,02494	0,02489	0,02509	0,02507	0,02479	0,02431	0,02507
0,02028	0,02028	0,02005	0,02040	0,02034	0,02039	0,02030	0,01981	0,02040	0,02034	0,02029	0,01907	0,02045
0,02051	0,02051	0,02028	0,02063	0,02057	0,02062	0,02052	0,02003	0,02063	0,02057	0,02052	0,01930	0,02067
0,02079	0,02079	0,02056	0,02092	0,02085	0,02091	0,02080	0,02030	0,02091	0,02085	0,02080	0,01958	0,02096
0,02096	0,02096	0,02073	0,02109	0,02101	0,02108	0,02097	0,02046	0,02108	0,02102	0,02097	0,01975	0,02112
0,02130	0,02129	0,02107	0,02143	0,02135	0,02142	0,02131	0,02078	0,02142	0,02135	0,02131	0,02009	0,02146
0,02163	0,02163	0,02140	0,02177	0,02168	0,02176	0,02164	0,02110	0,02176	0,02169	0,02165	0,02042	0,02179
0,02210	0,02210	0,02188	0,02225	0,02221	0,02223	0,02211	0,02155	0,02223	0,02216	0,02212	0,02090	0,02227
0,02326	0,02326	0,02305	0,02342	0,02331	0,02340	0,02327	0,02266	0,02340	0,02332	0,02329	0,02209	0,02342
0,02297	0,02297	0,02276	0,02313	0,02303	0,02311	0,02299	0,02239	0,02311	0,02303	0,02300	0,02179	0,02314
0,02461	0,02461	0,02442	0,02479	0,02466	0,02476	0,02462	0,02396	0,02476	0,02467	0,02465	0,02349	0,02478
0,02645	0,02646	0,02630	0,02666	0,02651	0,02661	0,02647	0,02573	0,02662	0,02651	0,02651	0,02545	0,02662
0,02033	0,02033	0,02010	0,02046	0,02039	0,02045	0,02035	0,01986	0,02046	0,02039	0,02034	0,01912	0,02050
0,02104	0,02103	0,02081	0,02117	0,02109	0,02116	0,02105	0,02053	0,02116	0,02109	0,02105	0,01982	0,02120
0,02144	0,02144	0,02121	0,02158	0,02149	0,02157	0,02145	0,02092	0,02157	0,02150	0,02146	0,02023	0,02160
0,02263	0,02263	0,02241	0,02278	0,02268	0,02276	0,02264	0,02205	0,02276	0,02268	0,02265	0,02144	0,02279
0,02506	0,02507	0,02488	0,02525	0,02512	0,02521	0,02508	0,02439	0,02522	0,02512	0,02511	0,02397	0,02523
0,02670	0,02671	0,02656	0,02692	0,02676	0,02686	0,02672	0,02597	0,02687	0,02677	0,02677	0,02572	0,02688
0,02650	0,02651	0,02635	0,02672	0,02656	0,02666	0,02652	0,02578	0,02667	0,02657	0,02656	0,02547	0,02668
0,02389	0,02389	0,02369	0,02406	0,02395	0,02403	0,02391	0,02327	0,02404	0,02395	0,02393	0,02272	0,02406
0,02225	0,02225	0,02203	0,02240	0,02231	0,02238	0,02227	0,02170	0,02239	0,02231	0,02227	0,02104	0,02242
0,02120	0,02120	0,02097	0,02133	0,02126	0,02132	0,02122	0,02070	0,02133	0,02126	0,02121	0,01998	0,02137
0,02033	0,02033	0,02010	0,02045	0,02039	0,02044	0,02035	0,01986	0,02045	0,02039	0,02033	0,01911	0,02050

<b>f Serghides</b>	<b>f Rao</b>	<b>f Vantankhah</b>	<b>f Blasius</b>	<b>f Prandtl I</b>	<b>f Prandtl II</b>
0,02382	0,01073	0,02382	0,02424	0,02367	0,01073
0,01969	0,01073	0,01970	0,01951	0,01946	0,01073
0,01971	0,01073	0,01972	0,01953	0,01948	0,01073
0,01936	0,01073	0,01936	0,01911	0,01911	0,01073
0,01921	0,01073	0,01921	0,01893	0,01896	0,01073
0,01850	0,01073	0,01851	0,01807	0,01822	0,01073
0,01797	0,01073	0,01798	0,01741	0,01767	0,01073
0,01734	0,01073	0,01735	0,01661	0,01700	0,01073
0,01778	0,01073	0,01778	0,01716	0,01746	0,01073
0,01804	0,01073	0,01804	0,01749	0,01774	0,01073
0,01785	0,01073	0,01786	0,01725	0,01754	0,01073
0,01810	0,01073	0,01811	0,01757	0,01781	0,01073
0,02708	0,02397	0,02708	0,02149	0,02119	0,02396
0,02606	0,02397	0,02606	0,01916	0,01916	0,02396
0,02605	0,02397	0,02605	0,01913	0,01913	0,02396
0,02563	0,02397	0,02563	0,01797	0,01815	0,02396
0,02571	0,02397	0,02571	0,01819	0,01833	0,02396
0,02576	0,02397	0,02576	0,01836	0,01847	0,02396
0,02597	0,02397	0,02598	0,01894	0,01897	0,02396
0,02616	0,02397	0,02616	0,01942	0,01938	0,02396
0,02688	0,02397	0,02689	0,02109	0,02083	0,02396
0,02661	0,02397	0,02661	0,02048	0,02030	0,02396
0,02616	0,02397	0,02616	0,01942	0,01938	0,02396
0,02573	0,02397	0,02573	0,01826	0,01839	0,02396
0,03017	0,02336	0,03019	0,02718	0,02644	0,02335
0,02997	0,02336	0,02998	0,02690	0,02617	0,02335
0,02847	0,02336	0,02848	0,02469	0,02409	0,02335
0,02822	0,02336	0,02822	0,02430	0,02372	0,02335
0,02698	0,02336	0,02699	0,02217	0,02179	0,02335
0,02670	0,02336	0,02671	0,02164	0,02132	0,02335
0,02600	0,02336	0,02601	0,02018	0,02004	0,02335
0,02568	0,02336	0,02568	0,01943	0,01939	0,02335
0,02561	0,02336	0,02561	0,01926	0,01924	0,02335
0,02554	0,02336	0,02555	0,01910	0,01910	0,02335
0,02518	0,02336	0,02518	0,01813	0,01828	0,02335
0,02498	0,02336	0,02498	0,01757	0,01780	0,02335
0,02482	0,02336	0,02482	0,01705	0,01737	0,02335
0,02030	0,01169	0,02030	0,02008	0,01995	0,01169
0,02053	0,01169	0,02053	0,02035	0,02019	0,01169
0,02081	0,01169	0,02081	0,02069	0,02048	0,01169
0,02097	0,01169	0,02098	0,02089	0,02065	0,01169
0,02131	0,01169	0,02132	0,02129	0,02101	0,01169
0,02165	0,01169	0,02165	0,02168	0,02135	0,01169
0,02212	0,01169	0,02213	0,02223	0,02184	0,01169
0,02328	0,01169	0,02329	0,02355	0,02304	0,01169
0,02300	0,01169	0,02300	0,02323	0,02274	0,01169
0,02464	0,01169	0,02464	0,02505	0,02442	0,01169
0,02648	0,01169	0,02649	0,02704	0,02630	0,01169
0,02035	0,01169	0,02036	0,02014	0,02000	0,01169
0,02105	0,01169	0,02106	0,02098	0,02074	0,01169
0,02146	0,01169	0,02146	0,02146	0,02116	0,01169
0,02265	0,01169	0,02265	0,02283	0,02238	0,01169
0,02509	0,01169	0,02509	0,02555	0,02488	0,01169
0,02674	0,01169	0,02674	0,02731	0,02656	0,01169
0,02654	0,01184	0,02654	0,02708	0,02634	0,01184
0,02392	0,01184	0,02392	0,02424	0,02367	0,01184

<b>f Serghides</b>	<b>f Rao</b>	<b>f Vantankhah</b>	<b>f Blasius</b>	<b>f Prandtl I</b>	<b>f Prandtl II</b>
0,02227	0,01184	0,02228	0,02238	0,02198	0,01184
0,02122	0,01184	0,02122	0,02115	0,02089	0,01184
0,02035	0,01184	0,02035	0,02011	0,01998	0,01184

e% f Colebrook	e% f Chen	e% f Buzz eli	e% f Romeo Royo	e% f Filone nko	e% f Kona kov	e% f Shach am I	e% f Shach am II	e% f Church hill	e% f Swamee and jain	e% f Pavlov	e% f Rou nd	e% f Bar r	e% f Zigra ng
16,29	16,2 1	16,29	16,19	16,34	17,63	15,96	16,28	16,53	16,59	17,0 4	17,9 1	16,34	16,37
34,31	34,5 1	34,31	34,44	32,72	31,13	35,05	34,32	33,72	33,63	32,9 9	31,9 7	34,22	34,18
12,09	12,2 5	12,09	12,20	10,77	9,44	12,71	12,10	11,59	11,52	10,9 9	10,1 3	12,02	11,98
4,33	4,49	4,33	4,43	2,97	1,77	4,91	4,34	3,87	3,80	3,31	2,56	4,2 6	4,23
14,87	14,7 4	14,87	14,79	16,02	16,99	14,39	14,86	15,24	15,30	15,7 0	16,2 9	14,92	14,95
4,11	4,28	4,11	4,21	2,42	1,31	4,71	4,12	3,66	3,60	3,13	2,50	4,0 4	4,02
16,18	16,3 8	16,18	16,29	14,02	12,84	16,85	16,19	15,70	15,63	15,1 2	14,5 2	16,10	16,08
34,95	35,1 8	34,95	35,07	32,01	30,73	35,72	34,96	34,43	34,35	33,7 8	33,2 4	34,86	34,84
12,26	12,1 1	12,26	12,18	13,97	14,85	11,75	12,25	12,61	12,67	13,0 5	13,4 7	12,32	12,33
15,91	15,7 7	15,91	15,83	17,45	18,31	15,43	15,91	16,26	16,31	16,6 9	17,1 3	15,97	15,99
5,75	5,93	5,75	5,85	3,73	2,67	6,36	5,76	5,32	5,26	4,79	4,27	5,6 8	5,66
3,46	3,63	3,46	3,56	1,60	0,53	4,05	3,46	3,03	2,96	2,50	1,94	3,3 9	3,37
8,09	8,33	8,09	8,11	15,23	16,37	8,11	8,08	9,21	9,21	8,96	8,92	8,1 5	8,08
11,07	11,2 6	11,08	11,07	18,37	19,32	11,09	11,07	12,13	12,14	11,9 6	12,6 2	11,13	11,07
0,30	0,13	0,29	0,30	26,79	27,64	0,28	0,30	0,65	0,66	0,49	1,10	0,2 5	0,30
8,73	8,61	8,72	8,74	35,47	36,16	8,72	8,73	7,91	7,90	8,03	7,17	8,7 0	8,73
5,21	5,07	5,20	5,21	32,48	33,22	5,20	5,21	4,35	4,33	4,47	3,65	5,1 7	5,21
2,88	2,74	2,87	2,88	30,43	31,20	2,87	2,88	1,99	1,97	2,12	1,32	2,8 4	2,88
6,43	6,28	6,42	6,43	31,70	32,49	6,42	6,43	5,54	5,53	5,69	5,07	6,3 8	6,43
11,82	12,0 2	11,83	11,82	17,15	18,14	11,84	11,82	12,90	12,91	12,7 2	13,3 0	11,88	11,81
0,66	0,44	0,65	0,64	22,89	23,90	0,63	0,66	0,36	0,36	0,15	0,21	0,6 0	0,66
4,63	4,43	4,62	4,62	27,16	28,08	4,61	4,63	3,67	3,66	3,86	3,64	4,5 7	4,63
7,24	7,07	7,23	7,24	31,29	32,11	7,22	7,24	6,34	6,33	6,50	6,01	7,1 9	7,24
1,10	1,25	1,11	1,10	27,82	28,62	1,12	1,10	2,02	2,04	1,89	2,75	1,1 4	1,10
1,68	1,94	1,68	1,75	10,03	11,61	1,67	1,68	2,81	2,77	2,38	1,16	1,6 1	1,66
4,16	3,91	4,16	4,10	15,53	17,00	4,16	4,16	3,10	3,14	3,50	4,60	4,2 2	4,17
22,78	23,1 1	22,79	22,84	4,53	2,88	22,82	22,78	24,08	24,05	23,6 5	22,7 3	22,78	22,77
1,96	2,23	1,97	2,01	13,80	15,14	2,00	1,96	3,04	3,02	2,70	2,01	1,9 7	1,95
25,14	25,4 5	25,15	25,17	1,35	0,06	25,18	25,14	26,42	26,40	26,0 8	25,8 6	25,19	25,13
4,26	4,03	4,25	4,23	23,40	24,44	4,23	4,26	3,29	3,30	3,53	3,57	4,2 1	4,26
11,97	12,2 1	11,99	11,99	13,66	14,73	12,01	11,97	13,07	13,07	12,8 4	13,2 4	12,04	11,97
2,41	2,61	2,42	2,42	22,69	23,61	2,43	2,41	3,39	3,39	3,20	3,78	2,4 6	2,40
6,64	6,46	6,63	6,63	29,86	30,68	6,61	6,64	5,75	5,74	5,91	5,34	6,5 9	6,64



e% f Colebrook	e% f Chen	e% f Buzz eli	e% f Romeo Royo	e% f Filone nko	e% f Kona kov	e% f Shach am I	e% f Shach am II	e% f Church hill	e% f Swamee and jain	e% f Pavlov	e% f Round	e% f Bar r	e% f Zigra ng
17,89	17,74	17,88	17,88	38,62	39,33	17,87	17,89	17,11	17,11	17,25	16,71	17,85	17,89
1,97	1,81	1,96	1,97	28,91	29,68	1,95	1,97	1,09	1,07	1,22	0,29	1,93	1,97
5,24	5,11	5,23	5,25	32,58	33,29	5,23	5,24	4,41	4,40	4,53	3,47	5,20	5,24
0,18	0,31	0,19	0,18	30,01	30,72	0,20	0,18	1,03	1,05	0,92	2,20	0,22	0,18
16,01	16,21	16,01	16,13	14,09	12,67	16,60	16,02	15,60	15,53	14,98	14,17	15,92	15,91
12,98	13,16	12,98	13,09	11,21	9,81	13,54	12,98	12,58	12,50	11,96	11,14	12,88	12,88
8,51	8,68	8,51	8,62	6,94	5,57	9,05	8,52	8,13	8,06	7,54	6,71	8,42	8,42
15,16	15,34	15,16	15,28	13,57	12,09	15,72	15,17	14,76	14,68	14,12	13,22	15,06	15,06
10,57	10,73	10,57	10,68	9,18	7,73	11,09	10,57	10,19	10,11	9,57	8,67	10,47	10,47
14,17	14,34	14,17	14,29	12,87	11,34	14,70	14,17	13,79	13,71	13,14	12,17	14,07	14,07
8,28	8,42	8,28	8,39	7,22	5,72	8,76	8,28	7,93	7,85	7,30	6,34	8,18	8,17
10,25	10,14	10,25	10,15	10,79	12,13	9,89	10,24	10,49	10,56	11,03	11,90	10,33	10,33
31,95	32,11	31,95	32,09	31,03	29,10	32,49	31,95	31,57	31,47	30,79	29,53	31,83	31,82
38,89	39,03	38,89	39,05	38,59	36,36	39,36	38,89	38,63	38,52	37,77	36,31	38,75	38,76
35,18	35,26	35,18	35,34	35,53	33,15	35,49	35,18	35,12	35,01	34,24	32,71	35,02	35,06
41,36	41,59	41,36	41,50	39,04	37,32	42,07	41,37	40,86	40,77	40,10	39,10	41,24	41,24
40,22	40,43	40,22	40,36	38,32	36,51	40,89	40,22	39,73	39,63	38,95	37,84	40,10	40,09
53,21	53,44	53,21	53,37	51,36	49,33	53,93	53,21	52,69	52,58	51,82	50,55	53,08	53,07
64,39	64,60	64,39	64,57	63,07	60,72	65,09	64,39	63,89	63,77	62,93	61,40	64,24	64,24
46,75	46,88	46,75	46,92	46,60	44,19	47,21	46,75	46,52	46,40	45,59	44,02	46,60	46,61
81,70	81,81	81,70	81,92	82,29	79,06	82,10	81,70	81,67	81,52	80,47	78,40	81,49	81,55
13,86	13,94	13,86	14,00	14,12	12,11	14,12	13,86	13,83	13,73	13,08	11,79	13,73	13,76
30,74	30,89	30,74	30,89	30,10	28,09	31,23	30,74	30,45	30,35	29,65	28,33	30,61	30,62
8,47	8,34	8,47	8,38	9,40	10,68	8,07	8,47	8,75	8,82	9,28	10,10	8,56	8,56
6,44	6,61	6,44	6,55	4,95	3,57	6,95	6,45	6,09	6,02	5,50	4,65	6,35	6,35
12,88	13,07	12,88	13,00	10,89	9,52	13,44	12,89	12,50	12,43	11,90	11,12	12,78	12,79

e% f Haaland	e% f Sonnad	e% f Manadili	e% f Avci	e% f Papaevang eloet	e% f Brkic I	e% f Brkic II	e% f Li	e% f Fang	e% f Shaik g	e% f Ghanb ari	e% f Serghid es	e% f Rao
17,02	15,76	16,22	15,76	16,35	18,62	15,90	16,20	16,18	19,84	15,78	16,29	62,28
32,73	35,00	34,50	35,15	34,24	30,96	34,93	34,52	34,34	26,57	35,34	34,31	26,80
10,78	12,66	12,25	12,79	12,03	9,29	12,61	12,26	12,12	5,64	12,94	12,09	38,97
3,09	4,85	4,49	4,98	4,28	1,76	4,81	4,50	4,34	1,79	5,14	4,33	42,16
15,89	14,45	14,74	14,35	14,91	16,95	14,48	14,73	14,86	19,90	14,20	14,87	52,43
2,83	4,61	4,29	4,72	4,08	1,64	4,60	4,30	4,09	2,24	4,97	4,11	39,62
14,73	16,71	16,40	16,84	16,16	13,50	16,73	16,41	16,13	8,95	17,17	16,18	30,62
33,23	35,54	35,24	35,66	34,94	31,94	35,60	35,24	34,84	26,38	36,14	34,95	16,50
13,36	11,86	12,08	11,77	12,27	14,26	11,84	12,08	12,31	17,76	11,50	12,26	47,03
16,96	15,53	15,75	15,44	15,93	17,86	15,52	15,75	15,95	21,14	15,20	15,91	49,97
4,43	6,23	5,96	6,34	5,73	3,33	6,26	5,97	5,70	0,86	6,66	5,75	36,42
2,17	3,94	3,65	4,05	3,43	1,05	3,95	3,66	3,41	2,95	4,33	3,46	38,67
7,21	8,37	9,50	5,75	8,68	8,12	9,62	9,46	7,82	4,24	9,17	8,09	4,32
10,40	11,26	12,41	8,64	11,67	11,31	12,48	12,35	10,89	8,11	12,22	11,07	2,16
0,90	0,13	0,90	2,48	0,24	0,08	0,96	0,85	0,46	2,95	0,73	0,30	8,26
9,18	8,61	7,71	10,73	8,25	8,48	7,67	7,75	8,83	10,76	7,79	8,73	14,65
5,69	5,08	4,13	7,28	4,71	4,95	4,09	4,18	5,32	7,40	4,23	5,21	11,61
3,39	2,74	1,76	5,00	2,36	2,63	1,72	1,81	3,00	5,18	1,88	2,88	9,65
6,98	6,28	5,32	8,48	5,92	6,21	5,26	5,36	6,57	8,85	5,46	6,43	13,66
11,11	12,02	13,18	9,38	12,43	12,05	13,26	13,13	11,63	8,72	12,97	11,82	2,45
1,43	0,42	0,63	2,81	0,11	0,59	0,73	0,59	0,89	4,04	0,34	0,66	11,42
5,32	4,42	3,42	6,70	4,10	4,51	3,33	3,46	4,83	7,65	3,65	4,63	14,08
7,82	7,07	6,11	9,26	6,73	7,05	6,05	6,15	7,40	9,80	6,28	7,24	15,00
0,58	1,24	2,26	1,11	1,64	1,37	2,30	2,21	0,98	1,26	2,14	1,10	5,81
0,64	2,20	2,91	0,27	2,09	0,86	3,17	2,90	1,26	3,91	2,44	1,68	21,29
5,15	3,69	2,99	6,01	3,76	4,89	2,75	3,00	4,55	9,37	3,44	4,16	25,30
21,52	23,28	24,35	20,31	23,37	22,22	24,60	24,33	22,33	16,80	23,84	22,78	0,75
0,93	2,36	3,28	0,10	2,47	1,56	3,47	3,25	1,60	2,88	2,86	1,96	15,59
23,99	25,52	26,76	22,53	25,82	24,98	26,93	26,72	24,76	20,11	26,36	25,14	8,32
5,10	3,99	3,03	6,27	3,73	4,32	2,90	3,06	4,53	7,91	3,31	4,26	16,26
11,12	12,23	13,38	9,59	12,60	12,07	13,48	13,33	11,72	8,33	13,13	11,97	0,58
1,70	2,61	3,65	0,21	2,98	2,56	3,73	3,61	2,21	0,62	3,47	2,41	6,85
7,27	6,46	5,51	8,64	6,11	6,49	5,44	5,55	6,81	9,34	5,66	6,64	14,85
18,43	17,74	16,90	19,65	17,43	17,75	16,85	16,94	18,04	20,21	17,03	17,89	24,92

2,52	1,82	0,85	4,08	1,44	1,74	0,80	0,9 0	2,11	4,38	0,94	1,97	9,06
5,72	5,12	4,20	7,28	4,74	5,00	4,16	4,2 5	5,35	7,37	4,25	5,24	11,4 1
0,26	0,30	1,25	1,98	0,70	0,46	1,28	1,1 9	0,09	1,87	1,22	0,18	5,70
14,59	16,61	16,25	16,5 6	16,01	13,23	16,62	16, 26	15,95	9,01	16,86	16,01	33,1 8
11,61	13,57	13,20	13,5 2	12,97	10,24	13,56	13, 21	12,93	6,22	13,79	12,97	35,6 6
7,22	9,09	8,72	9,04	8,50	5,85	9,07	8,7 3	8,48	2,10	9,28	8,51	39,0 4
13,80	15,78	15,37	15,7 3	15,14	12,32	15,75	15, 39	15,13	8,41	15,97	15,16	35,8 1
9,29	11,17	10,76	11,1 2	10,54	7,80	11,13	10, 78	10,55	4,20	11,33	10,57	39,3 6
12,88	14,81	14,36	14,7 4	14,14	11,28	14,75	14, 38	14,17	7,71	14,94	14,17	38,3 5
7,09	8,89	8,44	8,83	8,24	5,49	8,82	8,4 6	8,29	2,30	8,99	8,27	42,7 8
11,14	9,71	10,13	9,79	10,28	12,64	9,79	10, 11	10,21	14,85	9,69	10,25	54,9 3
30,59	32,73	32,13	32,6 2	31,89	28,46	32,61	32, 16	32,00	25,06	32,77	31,94	32,9 2
37,68	39,78	39,05	39,5 9	38,83	35,07	39,60	39, 09	39,00	32,46	39,69	38,89	34,0 9
34,25	36,10	35,30	35,8 1	35,11	31,32	35,87	35, 34	35,32	29,88	35,90	35,17	40,3 3
39,63	42,09	41,64	42,0 3	41,35	37,96	42,09	41, 66	41,29	32,84	42,39	41,36	18,8 0
38,56	40,97	40,47	40,9 0	40,19	36,74	40,93	40, 49	40,18	32,03	41,20	40,21	22,1 5
51,45	54,05	53,47	53,9 7	53,17	49,35	53,99	53, 50	53,19	44,44	54,25	53,21	16,5 4
62,66	65,35	64,63	65,2 3	64,33	60,09	65,22	64, 66	64,44	55,61	65,44	64,39	15,1 4
45,53	47,70	46,91	47,4 8	46,68	42,67	47,50	46, 94	46,87	40,20	47,58	46,74	31,6 2
80,51	82,96	81,87	82,5 4	81,62	76,50	82,64	81, 92	81,91	74,77	82,67	81,70	20,5 5
13,08	14,64	13,98	14,3 8	13,81	10,63	14,46	14, 01	13,98	9,30	14,47	13,86	49,2 1
29,49	31,55	30,91	31,3 8	30,69	27,23	31,41	30, 95	30,81	24,21	31,52	30,74	35,2 9
9,48	7,95	8,33	8,03	8,50	10,82	8,00	8,3 1	8,47	13,55	7,88	8,47	51,3 6
5,19	7,02	6,64	6,94	6,43	3,81	7,00	6,6 6	6,41	0,20	7,18	6,44	40,6 2
11,49	13,47	13,12	13,3 8	12,89	10,20	13,48	13, 14	12,81	6,01	13,71	12,88	34,3 3

e% f Vantankhah	e% f Blasius	e% f Prandtl I	e% f Prandtl II
16,27	14,78	16,79	62,28
34,34	33,06	32,71	26,81
12,12	11,07	10,76	38,98
4,36	2,98	3,00	42,17
14,85	16,12	15,99	52,44
4,14	1,64	2,53	39,63
16,21	12,51	14,20	30,63
34,98	29,25	32,29	16,51
12,23	15,31	13,82	47,04
15,89	18,48	17,32	49,98
5,78	2,21	3,90	36,43
3,49	0,40	1,75	38,68
8,10	14,20	15,41	4,34
11,07	18,33	18,35	2,14
0,30	26,77	26,77	8,28
8,73	36,00	35,39	14,67
5,21	32,93	32,41	11,63
2,88	30,79	30,37	9,67
6,43	31,77	31,67	13,67
11,82	16,98	17,15	2,43
0,65	22,07	23,01	11,44
4,62	26,58	27,23	14,10
7,24	31,15	31,29	15,02
1,10	28,26	27,75	5,83
1,72	8,39	10,89	21,31
4,12	13,97	16,31	25,32
22,82	6,51	3,90	0,73
2,00	12,20	14,27	15,61
25,16	2,82	1,07	8,30
4,24	22,42	23,57	16,28
11,99	13,11	13,72	0,56
2,41	22,53	22,69	6,87
6,63	29,78	29,85	14,87
17,89	38,62	38,60	24,93
1,97	29,41	28,83	9,08
5,24	33,38	32,48	11,42
0,18	31,17	29,89	5,72
16,05	14,75	14,02	33,19
13,01	12,02	11,11	35,67
8,54	7,89	6,81	39,04
15,19	14,68	13,41	35,82
10,60	10,43	8,98	39,37
14,20	14,33	12,62	38,36
8,30	8,79	6,91	42,79
10,23	9,22	11,19	54,94
31,98	33,27	30,50	32,94
38,92	41,24	37,69	34,10
35,20	38,01	34,25	40,34
41,40	39,90	38,95	18,81
40,25	39,72	38,11	22,16
53,25	53,19	51,06	16,55
64,43	65,72	62,49	15,16
46,77	49,42	45,55	31,63
81,73	85,57	80,50	20,57
13,88	16,20	13,04	49,21
30,77	32,52	29,40	35,30

<b>e% f Vantankhah</b>	<b>e% f Blasius</b>	<b>e% f Prandtl I</b>	<b>e% f Prandtl II</b>
8,45	8,03	9,68	51,36
6,47	6,10	4,78	40,63
12,91	11,56	10,82	34,34

Fuente: Propia adaptada en Excel